İTÜ
VAKFI
YAYINLARI

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ 1773

MATEMATİK

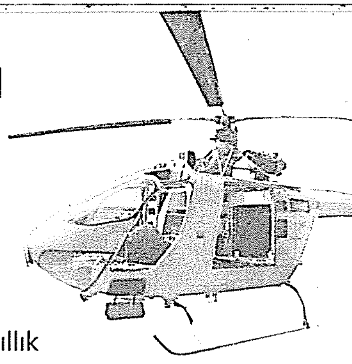
PERMÜTASYON, KOMBİNASYON BİNOM, OLASILIK ve İSTATİSTİK

yeni müfredat

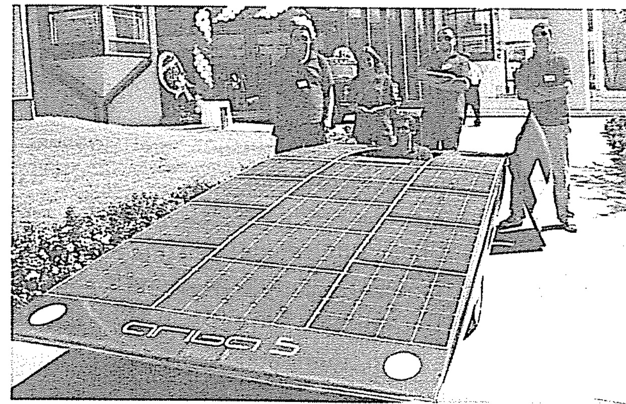
- Konu Anlatımı
- Öğretici Örnekler
- Çözümlü Test
- Etkinlikler
- Cevaplı Testler

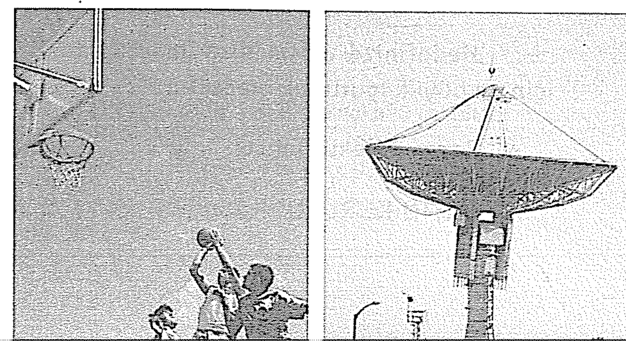
İMES İTÜ MODÜLER EĞİTİM SİSTEMİ

İTÜ'LÜ OLURSAM



- 13 Fakültesi, 45 Bölümü, 6 Enstitüsü, 11 Araştırma Merkezi, Konservatuvarı, Yabancı Diller Yüksekokulu, 5 ayrı yerleşkesi, güçlü akademik kadrosu ve yüzlerce yıllık köklü geleneği olan, dünya ile yarışan bir üniversitenin mensubu olurum.
- ABET akreditasyonu ile uluslararası geçerliliği olan diplomam olur.
- İTÜ'den alacağım yetkin mühendislik belgesi ile uluslararası projelere imza atarım.
- Türkiye'nin ilk küp uydusu, ilk güneş teknesi, ilk hidrojen teknesi, ilk helikopteri, ilk insansız aracı, ilk elektrikli minibüsü gibi önemli projelerde yer alabilirim.
- İngilizcenin yanında Japonca, Almanca, Fransızca, İspanyolca gibi dilleri de öğrenirim.
- Sayısı 360'ı aşan tam donanımlı laboratuvarda uygulamalı eğitim alırım.
- Türkiye'nin 7/24 açık tek üniversite kütüphanesinde her türlü kaynağa anında ulaşırım.
- 130'un üzerinde öğrenci kulübünden ilgi alanıma girenlere üye olabilirim.
- Merkezi İTÜ'de bulunan IAESTE veya AIESEC ile dilersem stajımı yurt dışında yaparım.
- Olimpik yüzme havuzunda yüzebilir, tenis kortları ve spor salonlarından yararlanabilirim, mezuniyet coşkusunu stadyumda yaşayabilirim.
- Türkiye'nin en üretken teknokenti ARI Teknokent'teki şirketlerde staj yapabilir, işe girebilirim.
- Hayat boyu İTÜ'lü olmanın gururunu yaşarım.







İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1 | PERMÜTASYON, KOMBİNASYON

TOPLAMA YOLUYLA SAYMA 8
ÇARPMA YOLUYLA SAYMA 8
SAYMANIN TEMEL İLKESİ 8
PERMÜTASYON (SIRALAMA) 12
Tekrarlı Permütasyon 15
Dairesel Permütasyon 17
KOMBİNASYON (GRUPLAMA) 18
Etkinlikler 28
Çözümlü Test 31
Test 1 - 10 35
Etkinlik Cevapları 55

BÖLÜM 2 | BİNOM, OLASILIK VE İSTATİSTİK

BİNOM AÇILIMI 57
Özellikleri 57
Pascal Üçgeni 58
OLASILIK 62
Olasılık Terimleri 62
Olasılık Fonksiyonu 63
Eş Olumlu Örnek Uzay 65
Koşullu Olasılık 67
Bağımsız Olaylar 68
Etkinlik 75
İSTATİSTİK 76
Histogram 83
Merkezi Eğilim (Yığılma) Ölçüleri 84
Merkezi Dağılım (Yayılma) Ölçüleri 89
Çözümlü Test 92
Test 1 - 11 96
Etkinlik Cevapları 120

BÖLÜM 1

PERMÜTASYON, KOMBİNASYON

OKUMA PARÇASI

Zamanın Değeri Hakkında Uygulamalı Bir Ders

Gerçek bir hikayedir... Kellog Business School'da (Northwestern Üniversitesi) iş idaresi mastır öğrencileri ile Zaman Yönetimi dersi profesörü arasında geçer:

Profesör sınıfa girip karşısında duran dünyanın seçkin öğrencilerine kısa bir süre baktıktan sonra,

"Bugün zaman yönetimi konusunda deneyle karışık bir sınav yapacağız." dedi.

Kürsüye yürüdü, kürsünün altından kocaman bir kavanoz çıkardı. Arkadan, kürsünün altından bir düzine yumruk büyüklüğünde taş aldı ve taşları büyük bir dikkatle kavanozun içine yerleştirmeye başladı.

Kavanozun başka taş almayacağına emin olduktan sonra öğrencilerine döndü ve Bu kavanoz doldu mu?" diye sordu.

Öğrenciler hep bir ağızdan doldu diye cevapladılar.

Profesör "Öyle mi?" dedi ve kürsünün altına eğilerek bir kova mıcır çıkarttı.

Mıcırı kavanozun ağzından yavaş yavaş döktü. Sonra kavanozu sallayarak mıcırın taşların arasına yerleşmesini sağladı.

Sonra öğrencilerine dönerek bir kez daha "Bu kavanoz doldu mu?" diye sordu. Bir öğrenci "Dolmadı herhalde" diye cevap verdi.

"Doğru" dedi profesör ve yine kürsünün altına eğilerek bir kova kum aldı ve yavaş yavaş tüm kum tanelerini taşlarla mıcırların arasına nüfuz edene kadar döktü.

Yine öğrencilerine döndü ve "Bu kavanoz doldu mu?" diye sordu. Tüm sınıf hep bir ağızdan "Hayır" diye bağırdılar.

"Güzel" dedi profesör ve kürsünün altına eğilerek bir sürahi su aldı ve kavanoz ağzına kadar doluncaya kadar dek suyu boşalttı.

Sonra öğrencilerine dönerek "Bu deneyin amacı neydi?" diye sordu. Uyanık öğrenci hemen "Zamanımız ne kadar dolu görünürse görünsün, daha ayırabileceğimiz zamanımız mutlaka vardır" diye atladı.

"Hayır" dedi profesör, "Bu deneyin esas anlatmak istediği eğer büyük taşları baştan yerleştirmezsen küçükler girdikten sonra büyükleri hiçbir kavanozun içine koyamazsın... gerçeğidir."

Öğrenciler şaşkınlık içinde birbirlerine bakarken profesör devam etti: "Nedir hayatınızdaki büyük taşlar? Çocuklarınız, eşiniz, sevdikleriniz, arkadaşlarınız, eğitiminiz, hayalleriniz, sağlığınız, bir eser yaratmak, başkalarına faydalı olmak, onlara bir şey öğretmek! Büyük taşlarınız belki bunlardan birisi, belki birkaçı, belki hepsi. Bu akşam uykuya yatmadan önce iyice düşünün ve sizin büyük taşlarınız hangileridir iyi karar verin. Bilin ki büyük taşlarınızı kavanoza ilk yerleştirmezseniz hiçbir zaman koyamazsınız. O zamanda ne kendinize, ne çalıştığınız kuruma ne de ülkenize faydalı olursunuz. Bu da iyi bir işadamı, gerçekte de iyi bir adam olamayacağınızı gösterir."

Profesör ders bitmediği halde konuşmadan oturan öğrencileri sınıfta bırakarak çıktı....

TOPLAMA YOLUYLA SAYMA

Sonlu ve ayrık kümelerin eleman sayılarının toplamı, bu kümelerin birleşimlerinin eleman sayısına eşittir. Örneğin; sonlu ve ayrık iki küme A ve B olsun.

s(A) = m, s(B) = n ve A ile B'nin kesişimi boş küme ise birleşimin eleman sayısı,

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) = m + n$ dir.

O halde ayrık iki işlemden biri m yolla, diğeri n yolla gerçekleşiyorsa bu işlemlerden ilki ya da ikincisi m+ n yoldan gerçekleşebilir.

ÖRNEK

10 kız ve 8 erkek öğrenci arasından 1 kız öğrenci veya 1 erkek öğrenci kaç farklı yolla seçilebilir?

A) 18 B) 36 C) 54 D) 72 E) 80

Çözüm:

Ya bir kız öğrenci ya da bir erkek öğrenci seçilecektir.

10 kız öğrenci arasından 1 kız öğrenci 10 farklı yolla, 8 erkek öğrenci arasından 1 erkek öğrenci 8 farklı yolla seçilir.

Buna göre, 10 kız öğrenci ile 8 erkek öğrenci arasından 1 kız veya 1 erkek öğrenci seçimi;

10 + 8 = 18 farklı yolla gerçekleşir.

Doğru Cevap A'dır.

ÇARPMA YOLUYLA SAYMA

n bir sayma sayısı olmak üzere $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ ile gösterilen n tane nesne için (a_1, a_2)'ye sıralı ikili, (a_1, a_2, a_3)'e sıralı üçlü, ..., $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n)$'e sıralı n'li denir. Sıralı ikililerin kümesini A_2, sıralı üçlülerin kümesini A_3, sıralı dörtlülerin kümesini A_4 ile gösterelim.

$A_1, A_2, A_3, A_4, ..., A_n$ kümelerinin eleman sayısı $n_1, n_2, n_3, ..., n_n$ olsun.

Bu durumda;

$s(A_1.A_2.A_3...A_n) = s(A_1).s(A_2).s(A_3)...s(A_n) = n_1.n_2.n_3...$ nn olur.

Yukarıdaki genel kuralı iki işlem için açıklayalım;

İki işlemden biri m yolla gerçekleşebiliyorsa ve ilk işlem bu m yoldan birisiyle sonra ikinci işlem bu n yolla gerçekleşebiliyorsa bu iki işlem birlikte m . n yolla gerçekleşebilir.

SAYMANIN TEMEL İLKESİ

Bir işin yapılması için a_1 yol, bu iş yapıldıktan sonra ikinci işin yapılması için a_2 yol, yine bu iş yapıldıktan sonra üçüncü bir işin yapılması için a_3 yol ve bu böyle devam ederek n. iş için a_n yol varsa bu işin yapılması,

$$a_1 . a_2 . a_3 ... . a_n$$

yolla yapılır. Bu olguya saymanın temel ilkesi denir.

ÖRNEK

10 kız ve 8 erkek öğrenci arasından 1 kız öğrenci ve 1 erkek öğrenci kaç farklı yolla seçilebilir?

A) 64 B) 72 C) 80 D) 88 E) 96

Çözüm:

10 kız öğrenci arasından 1 kız öğrenci 10 farklı yolla, 8 erkek öğrenci arasından 1 erkek öğrenci 8 farklı yolla seçilir.

Buna göre, 1 kız ve 1 erkek öğrenci seçimi; 10 . 8 = 80 farklı yolla gerçekleşir.

Doğru Cevap C'dir.

"veya", "ya da" bağlaçları toplama kuralıyla ifade edilen işlemlerde uygulanır.

"ve" bağlacı birliktelik anlamı taşıdığından çarpma kuralıyla ifade edilen işlemlerde kullanılır.

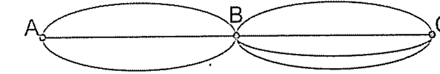
ÖRNEK

A şehrinden B şehrine 3 farklı yol, B şehrinden C şehrine 4 farklı yol vardır.

Buna göre, bir kimse B şehrine de uğramak ve kullandığı yolu bir daha kullanmamak koşuluyla A şehrinden C şehrine kaç farklı yoldan gidip dönebilir?

A) 144 B) 96 C) 72 D) 48 E) 36

Çözüm:



A şehrinden B şehrine gitmek için 3 farklı yol, B şehrinden C şehrine gitmek için 4 farklı yol vardır. O halde A şehrinden B şehrine 3.4 farklı yol vardır.

Dönüş yolunda ise C şehrinden B şehrine 3 farklı yol (biri gidiş yolunda kullanıldığından) B şehrinden A şehrine 2 farklı yol vardır. Buna göre, C şehrinden A şehrine dönerken 3 . 2 farklı yol vardır.

O halde A şehrinden C şehrine 3 . 4 . 3 . 2 = 72 farklı yolla gidilip dönülebilir.

Doğru Cevap C'dir.

ÖRNEK

3 mektup 6 posta kutusuna atılacaktır.

Buna göre, her mektup farklı posta kutusunda olmak koşuluyla kaç farklı şekilde atılabilir?

A) 30 B) 40 C) 60 D) 80 E) 120

Çözüm:

1. mektup için 6 farklı posta kutusu seçeneği vardır. 1. mektubu attıktan sonra 2. mektup için 5 farklı posta kutusu seçeneği kalmıştır. 2. mektup da atıldıktan sonra 3. mektup için 4 farklı posta kutusu seçeneği kalmıştır.

Buna göre, bu üç mektup, 6.5.4 = 120 farklı yoldan atılabilir.

Doğru Cevap E'dir.

ÖRNEK

A = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

A) 75 B) 72 C) 60 D) 48 E) 36

Çözüm:

Yüzler basamağındaki rakam A kümesinden 5 değişik yolla seçilir. Rakamlar farklı olduğundan onlar basamağındaki rakam A kümesinden 4 değişik yolla ve birler basamağındaki rakam 3 değişik yolla seçilir. Buna göre,

| 5 | 4 | 3 | = 5 . 4 . 3 = 60 tane farklı sayı yazılabilir.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

A = {0, 1, 2, 3, 4}

kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları farklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 48 B) 30 C) 28 D) 24 E) 12

Çözüm:

Sayının çift olabilmesi için birler basamağına 0, 2, 4 rakamlarından biri gelmelidir. Sıfır yüzler basamağına gelemeyeceğinden iki durumda bakmalıyız.

- Sıfır birler basamağında ise, rakamları birbirinden farklı olduğundan yüzler basamağına 4 farklı rakam ve onlar basamağına 3 farklı rakam seçeneği kalmıştır. Buna göre, sıfır birler basamağında ise;

| 4 | 3 | 1 | = 3 . 4 . 1 = 12 farklı sayı yazılabilir.
↓ {0}

- Sıfır birler basamağında değilse, çift sayı yazılacağından birler basamağına {2, 4} rakamları arasından biri 2 farklı yolla yazılabilir. Sıfır yüzler basamağına gelemeyeceğinden yüzler basamağına 3 farklı rakam ve onlar basamağına sıfır da dahil olmak üzere 3 farklı rakam seçeneği kalmıştır. O halde, sıfır birler basamağında değilken;

| 3 | 3 | 2 | = 3 . 3 . 2 = 18 farklı sayı yazılabilir.
↓ {2, 4}

Buna göre, üç basamaklı rakamları farklı 12 + 18 = 30 tane çift sayı yazılabilir.

Doğru Cevap **B**'dir.

ÖRNEK

5, 6, 7, 8, 9 rakamlarını kullanarak rakamları birbirinden farklı olan, üç basamaklı ve 780 den küçük kaç değişik sayı yazılabilir?

A) 46 B) 42 C) 36 D) 30 E) 24

Çözüm:

Yüzler basamağı 5 ya da 6 alınırsa, onlar basamağına 4 farklı rakam, birler basamağına 3 farklı sayı yazılabilir. Buna göre,

| 2 | 4 | 3 | 2 . 4 . 3 = 24 farklı sayı yazılabilir.
↓ {5, 6}

Yüzler basamağı 7 alınırsa, onlar basamağına 2 farklı rakam (5 ya da 6) birler basamağına 3 farklı sayı yazılabilir. Buna göre,

| 1 | 2 | 3 | 1 . 2 . 3 = 6 farklı sayı yazılabilir.
↓ ↓ {7} {5, 6}

O halde, 780 den küçük 24 + 6 = 30 farklı sayı yazılabilir.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

A = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları farklı 300 den büyük kaç tek sayı yazılabilir?

A) 15 B) 18 C) 19 D) 21 E) 23

Çözüm:

Verilen soruda 300 den büyük denilerek yüzler basamağı, ayrıca tek sayı denilerek de birler basamağı sınırlandırılmıştır. Soruda aynı anda iki basamak birden sınırlandırılırsa, basamağın biri tek tek yazılır. Örneğin yüzler basamağını tek tek yazalım.

- Yüzler basamağına 3 gelirse, sayı tek olsun istediğinden birler basamağına 1 ya da 5 gelebilir.

| 1 | 3 | 2 | = 1 . 3 . 2 = 6 farklı sayı yazılabilir.
↓ {3} ↓ {1, 5}

- Yüzler basamağına 4 gelirse, sayı tek olsun istendiğinde birler basamağına 1, 3 ya da 5 gelebilir.

| 1 | 3 | 3 | = 1 . 3 . 3 = 9 farklı sayı yazılabilir.
↓ {4} ↓ {1, 3, 5}

- Yüzler basamağına 5 gelirse, sayı tek olsun istendiğinde birler basamağına 1 ya da 3 gelebilir.

| 1 | 3 | 2 | = 1 . 3 . 2 = 6 farklı sayı yazılabilir.
↓ {5} ↓ {1, 3}

O halde verilen kümenin elemanları kullanılarak 300 den büyük
6 + 9 + 6 = 21 tane tek sayı yazılabilir.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları ile rakamları farklı üç basamaklı 5 ile bölünebilen kaç sayı yazılabilir?

A) 20 B) 24 C) 32 D) 36 E) 40

Çözüm:

Sayının 5 ile bölünebilmesi için birler basamağı 0 ya da 5 olmalıdır.

Sıfır birler basamağında ise, yüzler basamağına 5 farklı rakam, onlar basamağına 4 farklı rakam seçeneği vardır. Buna göre,

5	4	1

5 . 4 . 1 = 20 farklı sayı yazılabilir.

↓ {0}

Beş birler basamağında ise, yüzler basamağına 4 farklı rakam (sıfır hariç), onlar basamağına 4 farklı rakam (sıfır dâhil) seçeneği vardır. Buna göre,

4	4	1

4 . 4 . 1 = 16 farklı sayı yazılabilir.

↓ {5}

O halde, verilen kümenin elemanları kullanılarak 5 ile bölünebilen

20 + 16 = 36 farklı sayı yazılabilir.

Doğru Cevap D'dir.

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

n ve r sayma sayısı ve $r \leq n$ olmak üzere, n elemanın r li sıralanışlarının sayısına **n elemanının r li permütasyonu** denir ve P(n, r) şeklinde gösterilir.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n.(n-1).(n-2).(n-3)...(n-r+1)}_{r \text{ tane çarpan}}$$

Permütasyon, sıralama (diziliş) demektir. Permütasyonda seçim yapıp dından diziliş (sıralaş) söz konusudur.

Örnek:

$$P(7,3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7.6.5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 7.6.5 = 210$$

P(8, 2) = 8 . 7 = 56

↓ 2 tane

P(4, 4) = 4 . 3 . 2 . 1 = 24

↓ 4 tane

n tane nesne hiç koşulsuz ve yanyana n! sayıda diziliş gerçekleştirir.

ÖRNEK

10 . P(n, 4) – P(n, 5) = 0

olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm:

10 . P(n, 4) = P(n, 5)

$$10 \cdot \frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n!}{(n-5)!} \Rightarrow 10 . (n-5)! = (n-4)!$$

$$\Rightarrow 10 . (n-5)! = (n-4) . (n-5)!$$

$$\Rightarrow 10 = n - 4 \Rightarrow n = 14$$

Doğru Cevap C'dir.

ÖRNEK

A = {a, b, c, d, e, f}

kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde b bulunurken, e <u>bulunmaz</u>?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

Çözüm:

e nin bulunmadığı üçlü permütasyonların sayısı;

$$P(5, 3) = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 60 \text{ dır.}$$

A kümesinin b ve e nin bulunmadığı üçlü permütasyonlarının sayısı,

$$P(4, 3) = \frac{4!}{1!} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ dür.}$$

Buna göre,

A kümesinin b nin bulunurken, e nin bulunmadığı üçlü permütasyonlarının sayısı;

P(5, 3) – P(4, 3) = 60 – 24 = 36 dır.

Doğru Cevap C'dir.

ÖRNEK

A = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde 1 bulunur?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

Çözüm:

A kümesinin üçlü permütasyonlarının sayısı;

$$P(5, 3) = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 60$$

1 elemanının bulunmadığı üçlü permütasyonlarının sayısı;

$$P(4, 3) = \frac{4!}{1!} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ dür.}$$

O halde 1 in bulunduğu üçlü permütasyonlarının sayısı;

60 – 24 = 36 dır.

Doğru Cevap C'dir.

ÖRNEK

Birbirinden farklı 3 fizik, 4 kimya ve 5 biyoloji kitabı bir rafa yan yana kaç farklı şekilde dizilebilir?

A) 9! . 3!   B) 10!   C) 9! . 4!   D) 11!   E) 12!

Çözüm:

Hiçbir koşul verilmediğinden, 3 + 4 + 5 = 12 kitap

P(12, 12) = 12! farklı şekilde dizilebilir.

Doğru Cevap E'dir.

ÖRNEK

Anne, baba ve 4 çocuktan oluşan bir aile anne ve baba daima yan yana olmak koşuluyla 6 kişi bir sıraya kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 240   B) 360   C) 480   D) 540   E) 720

Çözüm:

Anne ve baba daima yan yana olacağına göre bunları bir kişi gibi düşünürsek toplam 5 kişi olur. 5 kişi kendi arasında 5! farklı biçimde sıralanır. Bir kişi gibi kabul ettiğimiz anne ve baba da kendi aralarında 2! farklı şekilde yer değiştirirler. Buna göre, tüm sıralamaların sayısı;

5! . 2! = 240 dır.

Doğru Cevap A'dır.

ÖRNEK

Birbirinden farklı 2 edebiyat, 3 tarih, 4 coğrafya kitabı bir rafa aynı branşın kitapları birbirinden ayrılmamak koşuluyla kaç farklı şekilde çizilebilir?

A) 1728   B) 1152   C) 956   D) 824   E) 720

Çözüm:

Edebiyat kitaplarını bir kitap, tarih kitaplarını bir kitap ve coğrafya kitaplarını bir kitap kabul edersek üç kitap 3! farklı biçimde dizilebilir. Ayrıca edebiyat kitapları kendi aralarında 2!, tarih kitapları kendi aralarında 3!, coğrafya kitapları 4! farklı biçimde dizilebilir. Buna göre, tüm sıralamaların sayısı 3! . 2! . 3! . 4! =1728 dir.

Doğru Cevap A'dır.

ÖRNEK

5 doktor ve 4 hemşire sıranın başında ve sonunda birer doktor olmak üzere bir sıraya kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 7!   B) 6 . 7!   C) 8!   D) 10 . 7!   E) 20.7!

Çözüm:

$$\underset{5}{\boxed{D}}\ \underbrace{D\,D\,D\,H\,H\,H\,H}_{7!}\ \underset{4}{\boxed{D}}$$

Sıranın başında 5 doktordan biri, sıranın sonuna ise 4 doktordan biri (bir tanesi sıranın başına oturduğundan) oturur. Geriye kalan 7 kişi iki doktorun arasına 7! farklı biçimde sıralanırlar. Buna göre, tüm sıralamaların sayısı 5 . 7! . 4 = 20 . 7! dir.

Doğru Cevap E'dir.

Tekrarlı Permütasyon

n elemanın n_1 tanesi aynı türden, n_2 tanesi aynı türden, ..., n_r tanesi aynı türden olmak üzere;

$$P\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_r!}$$

ÖRNEK

Aynı özellikteki 2 mavi, 3 kırmızı ve 4 beyaz bardak bir rafa yan yana kaç farklı şekilde dizilebilir?

A) 420   B) 630   C) 1260   D) 2520   E) 3780

Çözüm:

$n = 2 + 3 + 4 = 9 \quad n_1 = 2 \quad n_2 = 3 \quad n_3 = 4$ olduğundan

$$P\binom{9}{2,3,4} = \frac{9!}{2! \cdot 3! \cdot 4!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1260 \text{ dır.}$$

Doğru Cevap C'dir.

ÖRNEK

"MATEMATİK" kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek T ile başlayan 9 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime yazılabilir?

A) 7!   B) 2 . 7!   C) 6 . 7!   D) 8!   E) 9!

Çözüm:

Kelime T ile başladığından

Kalan,

iki tane M, $n_1 = 2$ iki tane A, $n_2 = 2$ bir tane T, $n_3 = 1$

bir tane E, $n_4 = 1$ bir tane K, $n_5 = 1$ bir tane İ, $n_6 = 1$

$$P\binom{8}{2,2,1,1,1,1} = \frac{8!}{2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7!}{4} = 2 \cdot 7!$$

$n = 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

Doğru Cevap B'dir.

ÖRNEK

11223333

sayısının rakamları yer değiştirilerek 8 basamaklı kaç farklı sayı yazılır?

A) 180   B) 210   C) 240   D) 420   E) 84

Çözüm:

$n_1 = 2 \quad n_2 = 2 \quad n_3 = 4 \quad n = 2 + 2 + 4 = 8$

$$P\binom{8}{2,2,4} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 4!} = 420$$

Doğru Cevap D'dir.

ÖRNEK

111220 rakamlarının yerlerini değiştirerek 6 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 60 B) 54 C) 50 D) 48 E) 36

Çözüm:

I.Yol

Sıfırın başa gelmesi durumunda 6 basamaklı sayı oluşmaz. Bu durumda tamamından sıfırın başa gelme durumunu çıkartmalıyız.

$$P\binom{6}{3,2,1}=\frac{6!}{3!\cdot 2!}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1}=60$$

Sıfır başa geldiğinde geriye 11122 rakamları kalır.

$$P\binom{5}{3,2}=\frac{5!}{3!\cdot 2!}=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot2\cdot1}=10$$

O halde 60 – 10 = 50 farklı sayı yazılabilir.

II.Yol

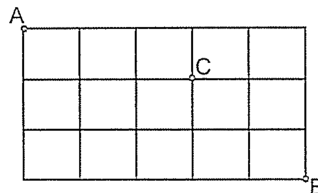
111220 rakamları içerisindeki 0' ı dikkate almasaydık $\frac{6!}{3!.2!}$ değişik sayı yazılabilirdi fakat bu 6 rakamdan 1 tanesi 0 olduğundan $\frac{6!}{3!.2!}$ tane sayının $\frac{1}{6}$ sı sıfırla başlar geriye

kalan $\frac{5}{6}$ sı 0 ile başlamaz $\frac{6!}{3!.2!}\cdot\frac{5}{6}$ sı alınır.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

2001 - ÖSS

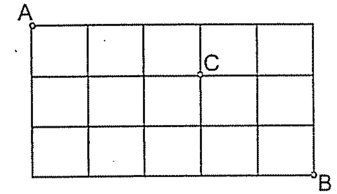


Şekildeki çizgiler bir kentin birbirini dik kesen sokaklarını göstermektedir.

A dan hareket edip C ye uğrayarak B noktasına <u>en kısa</u> yoldan gidecek olan bir kimse kaç değişik yol izleyebilir?

A) 24 B) 18 C) 16 D) 12 E) 9

Çözüm:



A dan C ye gitmek isteyen bir kimse en kısa yoldan gitmek için 3 kez sağa bir kez aşağı hareket edilmelidir. Öyleyse tekrarlı permütasyondan $\frac{4!}{3!}$ = 4 değişik yoldan birini tercih etmek zorundadır.

C den B ye gitmek isteyen bir kimse en kısa yoldan gitmek için 2 kez sağa 2 kez aşağı hareket etmelidir. Öyleyse tekrarlı permütasyondan $\frac{4!}{2!\,2!}$ = 6 değişik yoldan birini tercih etmek zorundadır.

O halde A dan B ye gitmek için C ye uğramak koşuluyla 4 . 6 = 24 değişik yoldan gidilebilir.

Doğru Cevap A'dır.

Dairesel Permütasyon

Birbirinden farklı n tane elemanın dairesel sıralanmasına dairesel **permütasyon** denir.

Bu n tane elemandan biri sabitlenip, kalan n – 1 tane eleman sıralandığından, n elemanın dairesel sıralanışlarının sayısı (n – 1)! dir.

ÖRNEK

4 kişi yuvarlak bir masa etrafında kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 24 B) 20 C) 18 D) 12 E) 6

Çözüm:

4 kişi yuvarlak bir masa etrafına (4 – 1)! = 3! = 6 farklı biçiminde otururlar.

Doğru Cevap **E**'dir.

ÖRNEK

3 fizik, 4 matematik ve 4 kimya öğretmeni fizik öğretmenleri ayrılmamak koşuluyla yuvarlak bir masa etrafına kaç farklı şekilde otururlar?

A) 8! B) 6 . 8! C) 9! D) 8 . 9! E) 10!

Çözüm:

Fizik öğretmenleri yan yana oturacağından tek kişi gibi düşünmeliyiz. Buna göre 1 + 4 + 4 = 9 kişi yuvarlak bir masa etrafına (9 – 1)! = 8! farklı biçimde oturur.

Ancak fizik öğretmenleri kendi aralarında 3! farklı biçimde yer değiştirir. O halde tüm oturma biçimlerinin sayısı 8! . 3! = 6 . 8! farklı şekildedir.

Doğru Cevap B'dir.

ÖRNEK

4 erkek ve 4 kız öğrenci yuvarlak bir masa etrafına, her bir erkek öğrenci iki kız öğrenci arasında olmak koşuluyla kaç farklı biçimde oturabilirler?

A) 144 B) 72 C) 64 D) 48 E) 36

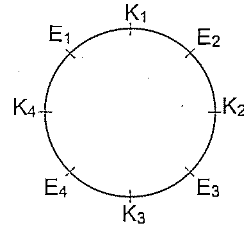
Çözüm:

Yuvarlak masa etrafına önce kızlar;

(4 – 1)! = 3! = 6 farklı biçimde otururlar.

Erkek öğrenciler ise, iki kız öğrenci arasında olacağı için 4! farklı biçimde otururlar.

Tüm oturma biçimlerinin sayısı: 6 . 4! = 6 . 24 = 144 dür.



Doğru Cevap A'dır.

KOMBİNASYON (GRUPLAMA)

r, n doğal sayı ve r ≤ n olmak koşuluyla n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinin her birine bu kümenin **r li kombinasyonu** denir. n elemanlı bir kümenin r li kombinasyonlarının sayısı:

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)!.3!} = \frac{7.6.5.\not{4!}}{\not{4!}.3!} = \frac{7.6.5}{3.2.1} = 35$$

$$\binom{6}{2} = \frac{P(6,2)}{2!} = \frac{6.5}{2} = 15$$

NOT

n elemandan r elemanın seçilip ardından sıralanışlarının sayısı permütasyonla, n elemandan r elemanın seçimi kombinasyonla hesaplanır.

ÖRNEK

8 kalem arasından 3 kalem kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 24 B) 32 C) 40 D) 48 E) 56

Çözüm:

8 kalem arasından 3 kalem

$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5!\cdot 3!} = 56$ farklı biçimde seçilebilir.

Doğru Cevap E'dir.

Kombinasyonun Özellikleri:

1. $\binom{n}{a} = \binom{n}{b} \Rightarrow a = b$ ya da $n = a + b$ dir.
2. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ dir.
3. $\binom{n}{1} = n$ dir.
4. $\binom{n}{a} + \binom{n}{a+1} = \binom{n+1}{a+1}$ dir.
5. n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı 2^n'dir.

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n \text{ dir.}$$

- $\binom{n}{0}$ ↓ Kümenin 0 elemanlı alt küme sayısı (boş küme)
- $\binom{n}{1}$ ↓ Kümenin 1 elemanlı alt küme sayısı
- $\binom{n}{2}$ ↓ Kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı
- $\binom{n}{n}$ ↓ Kümenin kendisi
- 2^n ↓ Kümenin toplam alt küme sayısı

Özellikler çerçevesinde düşünürsek;

$\binom{7}{5} = \binom{7}{2}$ dir.

$\binom{7}{5}$ hesaplamak yerine $\binom{7}{2}$ ni hesaplamak çok daha kolay ve pratiktir.

$\binom{10}{7} = \binom{10}{3}$ $\binom{5}{3} = \binom{5}{2}$

$\binom{6}{5} = \binom{6}{1}$ $\binom{25}{20} = \binom{25}{5}$

NOT

Permütasyon ile kombinasyon arasındaki fark;

- *Permütasyonda, sıralama diziliş söz konusudur. Seçimden sonra, seçilmiş olan nesnelerin sıralanışı (dizilişi) önemlidir.*
- *Kombinasyonda ise elemanların seçimi söz konusudur. Sıralama diziliş yoktur. Nesneleri sadece seçmiş olmak yeterlidir.*

ÖRNEK

1989 - ÖYS

n elemanlı bir kümenin r li bütün kombinasyonlarının sayısı C(n, r) ile gösterildiğine göre;

C(0, 0) + C(6, 3) = 3 . C(m, m – 1)

eşitliğinde m kaç olmalıdır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm:

C(0, 0) + C(6, 3) = 3 . C(m, m – 1)

$$1 + \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 3\cdot\frac{m!}{1!\cdot(m-1)!} \Rightarrow 1 + \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = 3\cdot\frac{m\cdot(m-1)!}{(m-1)!}$$

1 + 20 = 3m ⇒ m = 7

Doğru Cevap D'dir.

ÖRNEK

1991 - ÖYS

n elemanlı bir kümenin r li bütün kombinasyonlarının sayısı C(n, r) ile gösterildiğine göre,

C(n, 2) + C(n, 3) = 4 . C(n, 1)

eşitliğinde n kaç olmalıdır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm:

C(n, 2) + C(n, 3) = 4 . C(n, 1)

$$\frac{n\cdot(n-1)}{2\cdot1}+\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{3\cdot2\cdot1}=4n$$

3 . (n – 1) + (n – 1) . (n – 2) = 24

(n – 1) . (n + 1) = 24

$n^2 - 1 = 24 \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$ dir.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

A = {a, b, c, d, e} kümesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) A kümesinin 2 elemanlı alt küme sayısı 10 dur.

B) A kümesinin en az 3 elemanlı alt küme sayısı 16 dır.

C) A kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin 10 tanesinde c eleman olarak bulunur.

D) A kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin 4 tanesinde e eleman olarak bulunmaz.

E) A kümesinin en çok 2 elemanlı alt küme sayısı 16 dır.

Çözüm:

A) 5 elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı $\binom{5}{2}=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$ dur.

B) 5 elemanlı bir kümenin en az 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı $\binom{5}{3}+\binom{5}{4}+\binom{5}{5}=\frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}+5+1=16$ dır.

C) 5 elemanlı bir kümenin 3 elemanlı alt kümelerinin her birinde c bulunacağına göre, {c, –, –} kalan 4 elemandan 2 eleman seçmeliyiz.

$\binom{4}{2}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}=6$ dır.

D) 5 elemanlı bir kümenin 3 elemanlı alt kümelerinde e eleman olarak bulunmayacağından e yi kümeden atalım. Geriye kalan 4 elemandan 3 eleman seçmeliyiz.

$\binom{4}{3}=\frac{4\cdot3\cdot2}{3\cdot2\cdot1}=4$ dür.

E) 5 elemanlı bir kümenin en çok 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı $\binom{5}{0}+\binom{5}{1}+\binom{5}{2}=1+5+\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=16$ dır.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

2002 - ÖSS

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 2 bulunur; ama 4 <u>bulunmaz</u>?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 50 E) 70

Çözüm:

8 elemanlı kümenin 4 elemanlı alt kümelerinde 4 bulunmayacağından, 4 ü kümeden atalım. 4 elemanlı alt kümelerinden her birinde 2 bulunacağından, geriye kalan 6 elemandan 3 eleman seçmeliyiz;

$\binom{6}{3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$ dir.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

2006 - ÖSS

A = {1, 2, 3, 4}

kümesinin elemanlarıyla <u>en az</u> iki basamağındaki rakamı aynı olan <u>üç basamaklı</u> kaç sayı yazılabilir?

A) 52 B) 40 C) 38 D) 30 E) 24

Çözüm:

A= {1, 2, 3, 4} kümesinin elemanlarıyla,

üç basamaklı | 4 | 4 | 4 | = 64 tane sayı yazılabilir. Tüm basamakları farklı olan üç basamaklı | 4 | 3 | 2 | = 24 sayı yazılabilir.

O halde en az iki basamağındaki rakamı aynı olan üç basamaklı 64 – 24 = 40 sayı yazılabilir.

Doğru Cevap **B**'dir.

ÖRNEK

Bir öğrenci bir sınavda sorulan 10 sorudan 7 tanesini cevaplayacaktır.

Buna göre, ilk 6 sorudan <u>en az</u> 4 tanesini cevaplamak koşuluyla bu 7 soruyu kaç farklı şekilde cevaplayabilir?

A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

Çözüm:

İlk 6 sorudan 4 tanesi cevapladığımızda toplam 7 soru cevaplamak için geriye kalan 4 sorudan 3 soru seçmeliyiz; $\binom{6}{4}\cdot\binom{4}{3}$ dür.

İlk 6 sorudan 5 tanesini cevapladığımızda geriye kalan 4 sorudan 2 soru seçmeliyiz; $\binom{6}{5}\cdot\binom{4}{2}$ dir.

İlk 6 sorunun 6 sını da cevapladığımızda geriye kalan 4 sorudan 1 soru seçmeliyiz; $\binom{6}{6}\cdot\binom{4}{1}$ dir.

O halde; $\binom{6}{4}\cdot\binom{4}{3}+\binom{6}{5}\cdot\binom{4}{2}+\binom{6}{6}\cdot\binom{4}{1}$ = 15 . 4 + 6 . 6 + 1 . 4 = 100 bulunur.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

2008 - ÖSS

Mehmet'in elinde yeterli sayıda 1₺, 10₺ ve 100₺ lik banknotlar vardır.

Mehmet 299₺ tutarındaki bir ödemeyi, bu banknotlardan her birini en az bir kez kullanmak şartıyla kaç farklı biçimde yapılabilir?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 42 E) 43

Çözüm:

100₺	10₺	1₺
1	1	189
1	2	179
1	3	169
⋮	⋮	⋮
1	19	9
2	1	89
2	2	79
2	3	69
⋮	⋮	⋮
2	9	9

Yeterli sayıdaki 1₺, 10₺ ve 100₺ lik banknotların herbirini en az bir kez kullanmak şartıyla, 19 + 9 = 28 farklı biçimde yapılabilir.

Doğru Cevap A'dir.

ÖRNEK

2003 - ÖSS

Yüksek öğrenim için A ve B ülkelerine gönderilmek üzere 5 öğrenci seçilmiştir.

Her iki ülkeye en az birer öğrenci gönderileceğine göre, bu 5 öğrenci kaç farklı gruplama ile gönderilebilir?

A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

Çözüm:

A ve B şehrine en az bir öğrenci gönderildiğine göre,

$$\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{4}+\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{3}+\binom{5}{3}\cdot\binom{2}{2}+\binom{5}{4}\cdot\binom{1}{1}=30$$

farklı gruplandırma yapılabilir.

Doğru Cevap D'dir.

ÖRNEK

30 kişilik bir sınıfta erkek öğrencilerden oluşturulabilecek ikişerli grupların sayısı, bu sınıftaki kız öğrencilerin sayısının 2 katının 5 fazlasına eşittir.

Buna göre, bu sınıftaki erkek öğrenci sayısı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Çözüm:

Sınıftaki erkek öğrenci sayısına x dersek, kız öğrenci sayısı 30 – x olur.

Erkek öğrencilerden oluşturulabilecek ikişerli grupların

sayısı $\binom{x}{2}$ olduğuna göre;

$$\binom{x}{2}=2\cdot(30-x)+5$$

$$\frac{x\cdot(x-1)}{2}=65-2x\Rightarrow x^2-x=130-4x \quad \Rightarrow x^2+3x-130=0$$

$$\Rightarrow(x+13)\cdot(x-10)=0\Rightarrow x=10 \text{ dur.}$$

Doğru Cevap A'dır.

ÖRNEK

Aynı düzlem üzerinde birbirine paralel olmayan 12 doğru vardır.

Bu doğrular en çok kaç farklı noktada kesişir?

A) 48 B) 54 C) 60 D) 66 E) 72

Çözüm:

n tane doğru en çok $\binom{n}{2}$ farklı noktada kesişir. Buna göre, 12 doğru $\binom{12}{2}=\frac{12\cdot11}{2\cdot1}=66$ noktada kesişir.

Doğru Cevap D'dir.

ÖRNEK

Aynı düzlem üzerinde birbirine paralel olmayan 15 doğru vardır.

Bu doğrulardan 5 i belli bir A noktasından geçtiğine göre, bu 15 doğru en çok kaç farklı noktada kesişirler?

A) 90 B) 95 C) 96 D) 100 E) 105

Çözüm:

15 doğru $\binom{15}{2}=\frac{15\cdot14}{2\cdot1}=105$ farklı noktada kesişir. Bu doğrulardan 5 i aynı noktadan geçtiklerine göre,

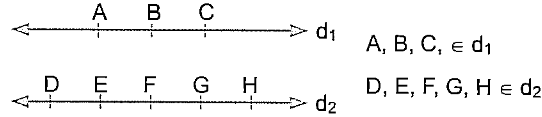
$\binom{5}{2}=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$ nokta oluşacağı yerde 1 nokta oluşur.

O halde $\binom{15}{2}-\binom{5}{2}+1=105-10+1=96$ nokta oluşur.

Doğru Cevap C'dir.

ÖRNEK

1996 - ÖSS



A, B, C, $\in d_1$

D, E, F, G, H $\in d_2$

Yukarıdaki şekilde d_1 // d_2 olduğuna göre, köşeleri bu 8 noktadan (A, B, C, D, E, F, G, H) herhangi üçü olan kaç üçgen çizilebilir?

A) 45 B) 48 C) 52 D) 56 E) 72

Çözüm:

8 noktayla $\binom{8}{3}=\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56$ üçgen çizilebilir. d_1 doğrusu üzerinde olan 3 noktadan seçildiğinde $\binom{3}{3}=1$ üçgen oluşmaz. d_2 doğrusu üzerinde olan 5 noktadan seçildiğinde; $\binom{5}{3}=\frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}=10$ üçgen oluşmaz. Buna göre;

56 – 1 – 10 = 45 tane farklı üçgen çizilir.

Doğru Cevap A'dır.

ÖRNEK

Herhangi üçü doğrusal olmayan 10 noktadan en çok kaç doğru geçer?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Çözüm:

2 nokta seçildiğinde bir doğru oluşur.

Buna göre, n noktayla $\binom{n}{2}$ kadar doğru çizilir. O halde 10 noktayla;

$\binom{10}{2}=\frac{10\cdot9}{2\cdot1}=45$ tane doğru çizilir.

Doğru Cevap E'dir.

ÖRNEK

Herhangi üçü doğrusal olmayan 9 noktayla köşeleri bu noktalar üzerinde olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 84 B) 72 C) 60 D) 48 E) 36

Çözüm:

Üç nokta bir üçgeni oluşturduğundan 9 nokta ile; $\binom{9}{3}=\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}=84$ farklı üçgen çizilebilir.

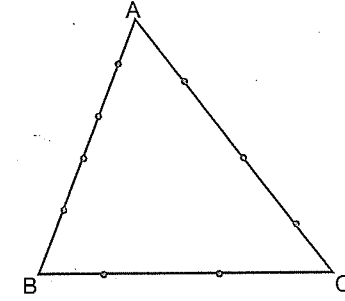
Doğru Cevap A'dır.

ÖRNEK

2004 - ÖSS

Yandaki ABC üçgeninin kenarları üzerinde 9 nokta verilmiştir.

Köşeleri bu 9 noktadan üçü olan kaç üçgen oluşturulabilir?



A) 64 B) 69 C) 74 D) 79 E) 84

Çözüm:

Noktaların herhangi üçü doğrusal olmasaydı 9 noktayla;

$\binom{9}{3}=\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}=84$ üçgen oluşturulur. [AB] üzerinde 3 nokta seçildiğinde $\binom{4}{3}=4$ üçgen oluşmaz.

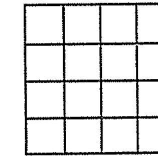
[AC] üzerinde 3 nokta seçildiğinde $\binom{3}{3}=1$ üçgen oluşmaz.

Buna göre, 84 – 4 – 1 = 79 üçgen oluşturulabilir.

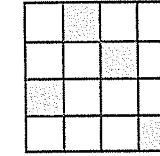
Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

2000 - ÖSS



I. Şekil



II. Şekil

16 küçük kareden oluşan I. şeklin her satır ve her sütununda bir ve yalnız bir küçük kare karalanarak II. şekildeki gibi desenler elde edilmektedir.

Bu kurala göre, en çok kaç farklı desen elde edilebilir?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 32 E) 36

Çözüm:

En üstteki desenli kare dört sütundan birine gelirse, 2. satırdaki desenli kare kalan 3 sütundan birine, 3. satırdaki desenli kare kalan 2 sütundan birine, en alt satırdaki desenli kare de boş kalan sütuna yerleştirilir. O hâlde 4.3.2.1 = 24 farklı desen elde edilebilir.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

2009 - ÖSS

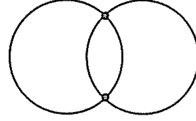
Aynı düzlemde alınan 4 farklı çember en fazla kaç noktada kesişir?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

Çözüm:

İki çemberin en fazla 2 ortak noktası olur.

4 farklı çember 2'li olarak



$\binom{4}{2}=\frac{4!}{(4-2)!.2!}=\frac{4.3}{2}=6$ grup

Her bir grupta 2 kesim noktası olduğuna göre 2.6 = 12 nokta oluşur.

Doğru Cevap A'dır.

NOT

NOT: Eğer şekil üçgen olsaydı her grupta 6 kesim noktası olacağına dikkat ediniz.

ÖRNEK

2012 - LYS

Bir çiçekçide 5 farklı renkten çok sayıda gül ve 2 çeşit vazo vardır. Bir müşteri, 2 farklı renkten toplam 3 gül ve 1 vazo satın almak istiyor.

Bu müşteri alışverişini kaç farklı şekilde yapabilir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 40 E) 50

Çözüm:

- Müşterinin birinci gül için 5 farklı renk seçim şansı vardır.
- İkinci ve üçüncü gül ise aynı renk olmalıdır.
- İki farklı vazodan birini 2 farklı şekilde seçebilir.

5 . 4 . 2 = 40

Doğru Cevap D'dir.

SAYMANIN TEMEL KURALLARI

Toplama Kuralı → "veya", "ya da" bağlacı toplama kuralını ifade eder.

Çarpma Kuralı → "ve" bağlacı çarpma kuralını ifade eder.

PERMÜTASYON

n tane farklı nesneden r tanesinin seçilip yanyana sıralanması n'nin r'li permütasyonu ile gerçekleşir. P(n, r) ile gösterilir.

→ $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$

→ n tane farklı nesnenin sıranın önemi olmak üzere hiç koşulsuz yanyana sıralanması n! sayıda gerçekleşir.

Tekrarlı Permütasyon → n tane elemandan a tanesi bir türden, b tanesi başka bir türden olup n = a + b olmak üzere bu n tane elemanın sıralanışı $\binom{n}{a,b}=\frac{n!}{a!.b!}$ ile hesaplanır.

Dairesel Permütasyon → n tane elemanın dönel sıralanması (n – 1)! sayıda gerçekleşir.

KOMBİNASYON

n tane nesnenin r tanesinin tekrar olmamak koşuluyla seçimi n'nin r'li kombinasyonu ile gerçekleşir. C(n, r) ile gösterilir.

→ $C(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}$

→ $\binom{n}{0}=1$ $\binom{n}{1}=n$ $\binom{n}{n}=1$

ETKİNLİK 1

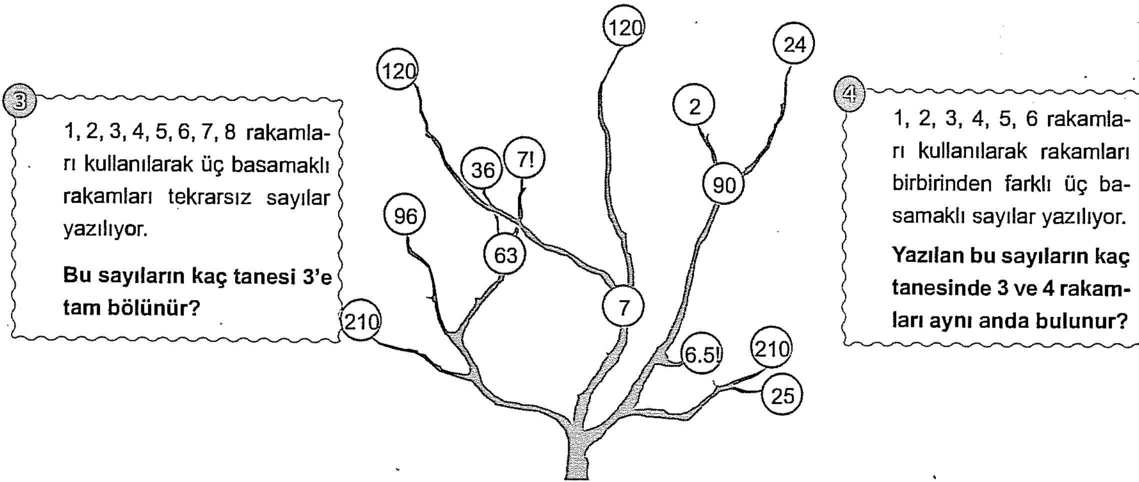
Aşağıdaki soruların cevaplarını ağaçtan seçerek altındaki kutucuğa yerleştiriniz.

① A şehrinden B şehrine 6 farklı yol, B şehrinden C şehrine 3 farklı yol vardır. A şehrinden C şehrine B şehri üzerinden gidilmektedir.

Buna göre A şehrinden C şehrine gidip oradan da B şehrine dönecek olan araç, aynı yolu iki kez kullanmamak şartıyla kaç değişik yoldan gidebilir?

② 3 kız ve 7 erkek öğrenci arasından 4 kişilik bir grup oluşturulacaktır.

- **Bu grup kaç farklı şekilde seçilebilir?**
- **2 kız öğrencinin bulunduğu kaç farklı grup oluşturulabilir?**
- **En az 3 kız öğrencinin bulunduğu kaç farklı grup oluşturulabilir?**



③ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 rakamları kullanılarak üç basamaklı rakamları tekrarsız sayılar yazılıyor.

Bu sayıların kaç tanesi 3'e tam bölünür?

④ 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamları kullanılarak rakamları birbirinden farklı üç basamaklı sayılar yazılıyor.

Yazılan bu sayıların kaç tanesinde 3 ve 4 rakamları aynı anda bulunur?

⑤ $$\frac{(3n+3)!-(3n+2)!}{(3n+2)!+(3n+3)!}=\frac{8}{10}$$

eşitliğini sağlayan n doğal sayısı kaçtır?

⑥ A = {1, 2, 3, 4, 5} kümesinin 4'lü permütasyonlarının;

- **sayısı kaçtır?**
- **kaç tanesinde 4 bulunur?**

⑦ 3 öğrenci ile 5 öğretmen yuvarlak bir masa etrafına;

- **kaç farklı şekilde oturabilirler?**
- **öğrenciler birarada olmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?**

⑧ 4 kitap ve 6 defter arasından 4'lü bir grup oluşturulacaktır.

- **Bu grup kaç değişik şekilde seçilebilir?**
- **2 kitabın bulunduğu kaç farklı grup oluşturulabilir?**
- **En az 3 kitabın bulunduğu kaç farklı grup oluşturulabilir?**

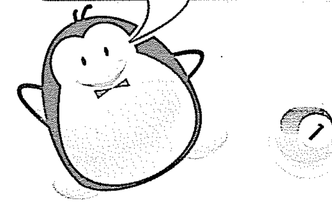
ETKİNLİK 2

Sevimli hayvanlardan hangisinin söylediği yanlıştır?

Sen insanı nasıl çıldırtıyorsun yahu!.. Her hafta futbol oynayalım diyorsun bir türlü takımı kuramıyorsun.

Takım 6 kişilik, ama biz 8 kişiyiz. Öyleyse 28 farklı takım kurabilirsin.

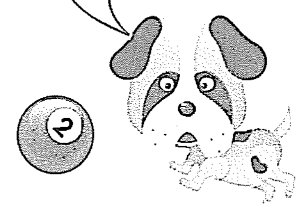
Hadi artık yap seçimini de yapalım şu maçı.

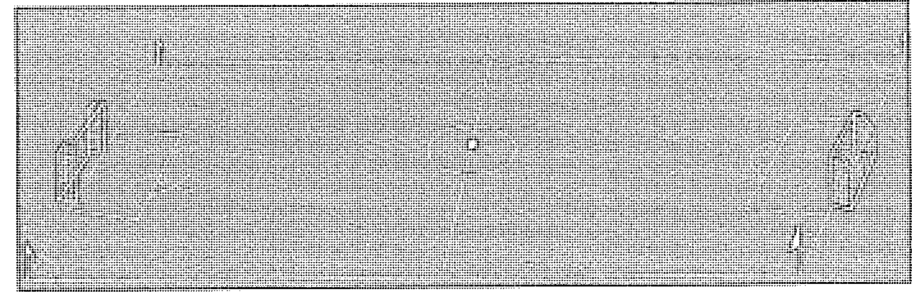


Ah kardeşim sıkma sen o güzel canını. Bir tek Ahmet "Ben kalede durabilirim" diyor. O halde o kesin oynayacak.

Geriye kalıyor 7 kişi. Arasından seç işte 5 kişi daha işte 4 takım kurabiliriz.

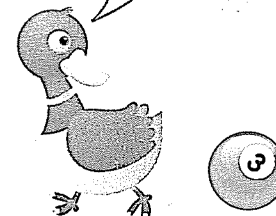
Ne var bunda zorlanacak?



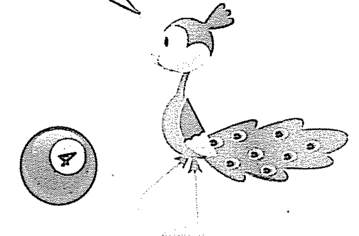


E tamam o zaman. Ahmet kaleci ise Zeynep zaten oynamaz.

O zaman geriye kalan 6 kişi arasından 5 kişi; C(6, 5) kombinasyonu ile hesaplarım veee 6 farklı seçim yapabilirim sonunda....



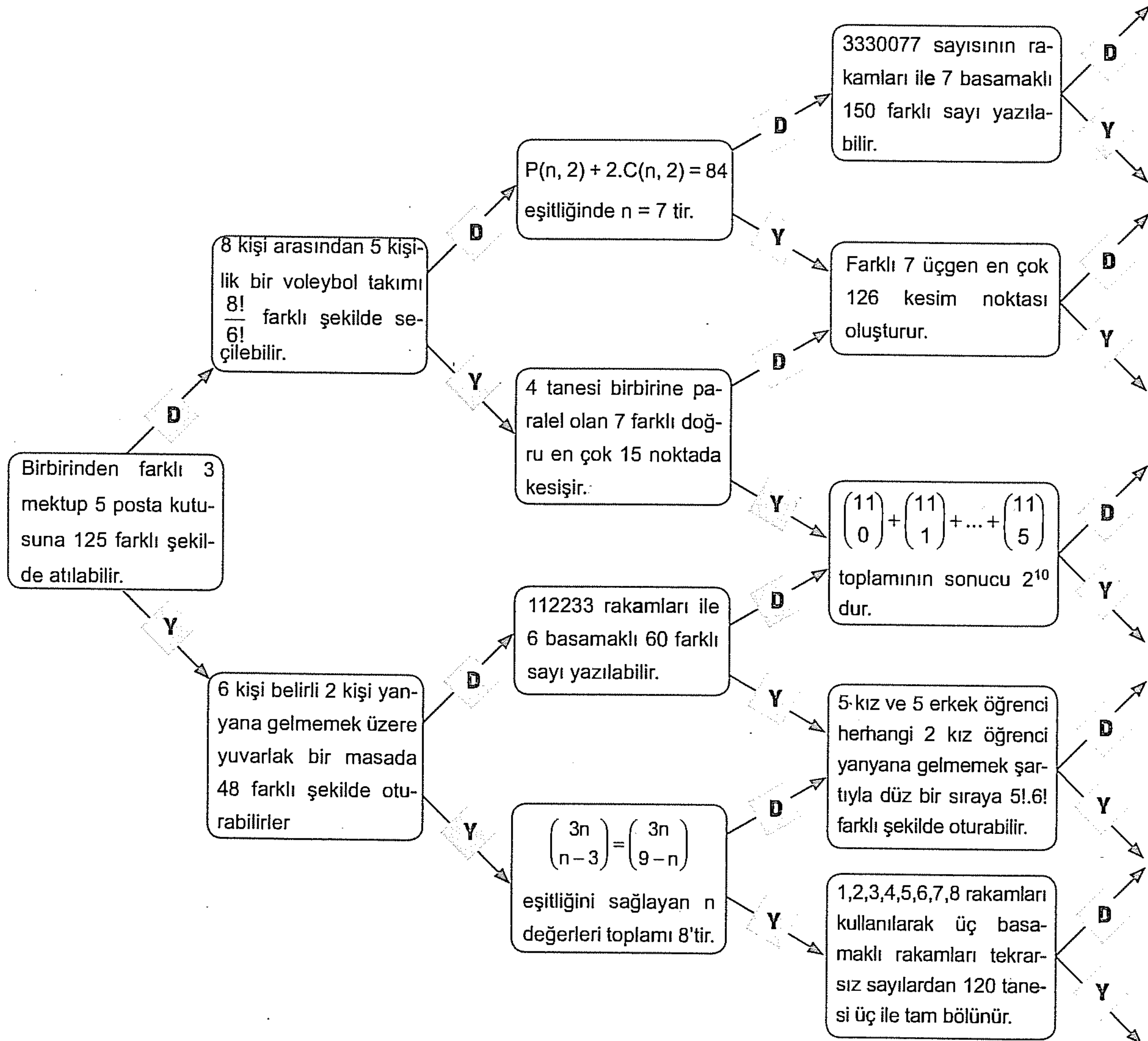
Ben sana daha kolay bir yöntem söyleyeyim o zaman. $\binom{6}{5}=\binom{6}{1}$ olduğundan 6 nın 5'li kombinasyonunu hesaplarken yorma kendini; $\binom{6}{1}=6$ bulunur.



ETKİNLİK 3

Permütasyon - Kombinasyon ünitesi ile ilgili öğretici yollarımız aşağıda verilmiştir. İlk sorudan başlayıp yolların doğru ya da yanlış olduğuna karar vererek, yönlendirici okları takip ediniz. Son olarak ulaştığınız çıkıştan çıkabilir ve puanınızı görebilirsiniz.

Başarılar...



ÇÖZÜMLÜ TEST

1. A = {0, 1, 2, 3, 4}

kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları farklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 30 B) 36 C) 42 D) 52 E) 60

2. **Bir lokantada bulunan 6 çeşit çorba, 4 çeşit tatlı ve 3 çeşit kebaptan birer tane isteyen bir müşteri üç kaplık yemeği kaç farklı şekilde isteyebilir?**

A) 13 B) 72 C) 108 D) 144 E) 216

3. **4 çocuklu bir aile 6 kişilik bir sıraya anne ile baba arasına 2 çocuk oturmak şartı ile kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 66 B) 72 C) 120 D) 144 E) 256

4. **Şekildeki noktalar birleştirilerek en az iki köşesi çember üzerinde olmak koşulu ile kaç farklı üçgen çizilebilir?**

A) 60 B) 75 C) 95 D) 105 E) 135

5. **1023335 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek 7 basamaklı kaç farklı çift sayı yazılabilir?**

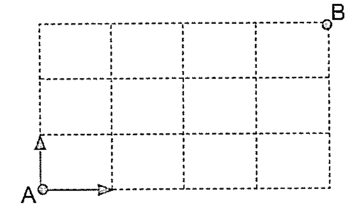
A) 200 B) 220 C) 260 D) 300 E) 330

6. 5 erkek 4 bayan arasından 2 erkek 3 bayandan seçilecektir.

Kaç farklı şekilde seçim yapılabilir?

A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 120

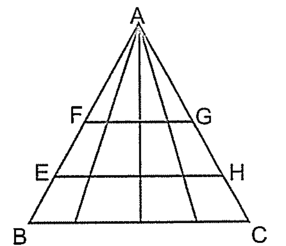
7.



A noktasından yola çıkan bir araç B ye <u>en kısa</u> yoldan kaç farklı şekilde ulaşabilir?

A) 7 B) 21 C) 35 D) 70 E) 105

8. **Yandaki şekilde kaç tane üçgen vardır?**



A) 10 B) 15 C) 30 D) 32 E) 48

İTÜ YAYINLARI

9. Bir otelde 2, 3 ve 4 yataklı odalar vardır.

9 kişi bu odalara kaç farklı şekilde yerleştirilebilirler?

A) 9 B) 35 C) 36 D) 630 E) 1260

10. **6 elemanlı bir kümenin en az iki elemanlı alt küme sayısı kaçtır?**

A) 64 B) 57 C) 48 D) 35 E) 32

11. $\dfrac{(n-2)!}{(n-1)!+n!}=\dfrac{1}{35}$

olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

12. $\dfrac{P(n+2,4)}{P(n,2)}=20$

olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. İçlerinde Doğa ve Gamze'nin de bulunduğu 6 kişi bir sırada oturacaklardır.

Doğa ve Gamze'den biri sıranın başında ve diğeri sıranın sonunda olması koşuluyla kaç değişik şekilde otururlar?

A) 60 B) 48 C) 36 D) 24 E) 12

14. 77700322

sayısının rakamlarının yer değiştirilmesiyle 8 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 1680 B) 1520 C) 1480 D) 1320 E) 1260

15. **Bir kişi mönüdeki 8 çeşit yemekten 3 tanesini kaç farklı şekilde seçebilir?**

A) 64 B) 56 C) 54 D) 52 E) 48

16. 7 erkek ve 4 kız öğrenci arasından 5 kişilik bir ekip oluşturulacaktır.

Buna göre, bu ekipten en az biri kız öğrenci olmak koşuluyla kaç farklı ekip oluşturulabilir?

A) 483 B) 441 C) 430 D) 421 E) 418

İTÜ YAYINLARI

ÇÖZÜMLER

1. Kümemizde sıfır bulunduğu için, iki kademede inceleyelim;

4	3	1	+	3	3	2

$= 12 + 18 = 30$

Doğru Cevap A'dır.

2. 6 çorbayı 6 farklı, 4 tatlıyı 4 farklı, 3 kebabı 3 farklı;

6 . 4 . 3 = 72 farklı şekilde seçer.

Doğru Cevap **B**'dir.

3. 4 çocuk arasından 2 çocuk $\binom{4}{2}=6$ değişik biçimde seçilir. Anne, baba ve bu iki çocuğu bir grup gibi düşünebiliriz. Kalan 2 çocukla birlikte bu grup 3! biçimde dizilir. Anne ile baba ve aradaki çocuklarda 2!.2! değişik biçimde dizileceklerinden,

$\binom{4}{2}.3!.2!.2! = 144$ bulunur.

Doğru Cevap **D**'dir.

4. İki köşesi çemberde 1 köşesi doğruda

$\binom{6}{2}\cdot\binom{5}{1}=75$ üçgen üç köşesi çemberde

$\binom{6}{3}=20$ üçgen

$75 + 20 = 95$

Doğru Cevap **C**'dir.

5. İki kademede inceleyelim;

Sonu sıfır olan;

$\dfrac{6!}{3!}=120$ sayı yazılabilir.

Sonu iki olan;

$\dfrac{5\cdot 5!}{3!}=5.5.4=100$ sayı yazılabilir.

$120 + 100 = 220$

Doğru Cevap **B**'dir.

6. $\binom{5}{2}\cdot\binom{4}{3}=10.4=40$

Doğru Cevap **D**'dir.

7. A noktasında B ye yukarı doğru 3 birim sağa doğru 4 birim toplam 7 birim o halde; tekrarlı permütasyonla,

$\dfrac{7!}{4!\cdot 3!}=35$ farklı yol vardır.

Doğru Cevap **C**'dir.

8. A'dan geçen 5 doğrudan 2 tane, yatay 3 doğrudan da bir tane çizilirse üçgen oluşur. O halde,

$\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1}=30$ tane üçgen oluşur.

Doğru Cevap **C**'dir.

İTÜ YAYINLARI

9. 9 kişi 2 kişilik odaya $\binom{9}{2}$

kalan 7 kişi 3 kişilik odaya $\binom{7}{3}$

kalan 4 kişi 4 kişilik odaya $\binom{4}{4}$

$\binom{9}{2}\cdot\binom{7}{3}\cdot\binom{4}{4}=1260$ olur.

Doğru Cevap **E**'dir.

10. Tüm alt kümelerinden bir ve sıfır elemanlı alt kümelerini çıkarırsak;

$2^6-\binom{6}{1}-\binom{6}{0}=57$ ya da

$\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}=57$

Doğru Cevap **B**'dir.

11. $\frac{(n-2)!}{(n-1)(n-2)!+n(n-1)(n-2)!}=\frac{1}{35}$

$\frac{\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}(n-1+n^2-n)}=\frac{1}{35}$

$n^2-1=35 \Rightarrow n=6$ bulunur.

Doğru Cevap **C**'dir.

12. $\frac{P(n+2,4)}{P(n,2)}=20 \Rightarrow \frac{\frac{(n+2)!}{(n-2)!}}{\frac{n!}{(n-2)!}}=20$

$\frac{(n+2)(n+1)\cancel{n!}}{\cancel{n!}}=20 \Rightarrow n=3$ bulunur.

Doğru Cevap **B**'dir.

13. Sıranın başında Doğa, sonunda Gamze olmak koşuluyla araya oturacaklar 4! = 24 farklı biçimde oturabilirler. Doğa ve Gamze'nin yer değiştirmesi durumunda 24 . 2 = 48 farklı diziliş elde edilir.

Doğru Cevap **B**'dir.

14. Yazılabilen tüm sayıların sayısından 0 ın başta olma durumunu çıkarmalıyız.

$\frac{8!}{3!2!2!}-\frac{7!}{3!2!}=1680-420=1260$

Doğru Cevap **E**'dir.

15. 8 yemekten 3 yemek $\binom{8}{3}=\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2}=56$ farklı şekilde seçebilirler.

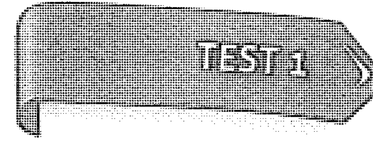
Doğru Cevap **B**'dir.

16. 7 erkek ve 4 kız öğrenci arasından en az bir kız olmak koşuluyla 5 kişilik bir ekip

$\binom{4}{1}\binom{7}{4}+\binom{4}{2}\binom{7}{3}+\binom{4}{3}\binom{7}{2}+\binom{4}{4}\binom{7}{1}$

4 . 35 + 6 . 35 + 4 . 21 + 7 = 441 farklı biçimde oluşturulur.

Doğru Cevap **B**'dir.



1. $\frac{(n+2)!-(n+1)!-n!}{n!}=48$

olduğuna göre n kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

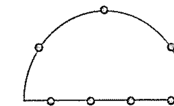
kümesinin rakamları kullanılarak 500 ile 700 arasında rakamları tekrarsız kaç farklı çift sayı yazılabilir?

A) 32 B) 40 C) 68 D) 72 E) 84

3. **4 matematik, 4 kimya kitabı aynı dersin herhangi iki kitabı yan yana gelmemek koşulu ile bir rafa kaç farklı biçimde dizilebilir?**

A) 120 B) 248 C) 256 D) 576 E) 2880

4. **Şekildeki noktalar birleştirilerek kaç farklı doğru çizilebilir?**



A) 16 B) 21 C) 24 D) 28 E) 32

5. **"KARABAŞ" kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek yazılabilecek 7 harfli anlamlı ya da anlamsız kelimelerin kaç tanesinde A dan hemen sonra B harfi gelir?**

A) 32 B) 64 C) 120 D) 360 E) 720

6. A = {a, b, c, d, e, f}

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunurken c bulunmaz?

A) 6 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

7. C(n, 3) + C(n, 2) = 4C(n, 1)

eşitliği verildiğine göre n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

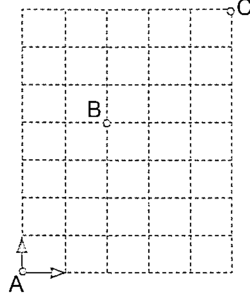
8. **4 siyah, 5 beyaz bilye arasında aynı renkte iki bilye kaç farklı şekilde seçilebilir?**

A) 60 B) 48 C) 36 D) 24 E) 16

9. **6 eş bilye 3 kutuya her kutuda en az bir bilye olacak şekilde kaç farklı şekilde dağıtılabilir?**

A) 8 B) 10 C) 12 D) 18 E) 24

10. **A dan hareket eden bir kişi B noktasına uğramak koşulu ile C noktasına en kısa yoldan kaç farklı şekilde ulaşılabilir?**



A) 30 B) 60 C) 150 D) 300 E) 360

11. Ankara'dan, Afyon'a 6 farklı yol Afyon'dan İzmir'e 5 farklı yol bulunmaktadır.

Ankara'dan İzmir'e gidip gelmek isteyen bir kişi Afyon'a uğramak ve kullandığı yolu bir daha kullanmamak koşulu ile kaç farklı şekilde gidip gelebilir?

A) 30 B) 150 C) 180 D) 600 E) 900

12. $P(n, 2) = 7 . P(n-4, 2)$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 15

13. 4 doktor, 3 hemşireden oluşan bir grupta,

Hemşireler yan yana oturmak koşulu ile yuvarlak bir masa etrafında kaç farklı şekilde oturabilirler?

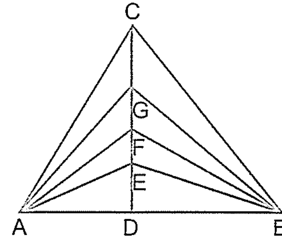
A) 7! B) 6! C) 3! 4! D) 2! 3! 4! E) 3! 5!

14. Bir halkaya 6 anahtar takılacaktır.

Belli iki anahtar yan yana gelmemek koşulu ile 6 anahtar halkaya kaç farklı şekilde takılabilir?

A) 36 B) 48 C) 60 D) 120 E) 360

15. **Yandaki şekilde kaç tane üçgen vardır?**



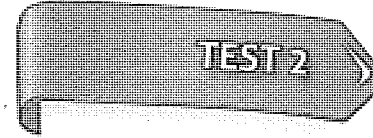
A) 24 B) 25 C) 35 D) 42 E) 70

16. **4 kişilik boş yerin olduğu bir dolmuşa binen 6 yolcudan, herhangi 4 tanesi bu koltuklara kaç değişik biçimde oturabilir?**

A) 15 B) 24 C) 120 D) 240 E) 360

1. C	2. D	3. E	4. A	5. C	6. A
7. C	8. E	9. B	10. D	11. D	12. B
13. C	14. A	15. A	16. E		

İTÜ YAYINLARI



1. $$\frac{(2n+2)!}{(2n+1)!} - \frac{(n-1)!}{(n-2)!} = 10$$

olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. A = {0, 2, 4, 6, 8}

kümesinin elemanları ile rakamlarından biri 6 olan üç basamaklı rakamları farklı kaç doğal sayı yazılabilir?

A) 12 B) 24 C) 30 D) 36 E) 48

3. **5 kız ve 4 erkek öğrenci bir sırada her iki kızın arasında bir erkek olmak koşuluyla kaç farklı şekilde dizilirler?**

A) 9! B) 5!.4! C) 6!.4! D) 5! 5! E) 4! 4!

4. **"SAKSAĞAN" kelimesinin harfleri yer değiştirilerek sekiz harfli anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime yazılabilir?**

A) $\frac{8!}{2!}$ B) $\frac{8!}{3!}$ C) $\frac{8!}{2!\,3!}$ D) $\frac{8!}{4!}$ E) $\frac{8!}{4!\,3!}$

5. A = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde 3 eleman olarak bulunmaz?

A) 4 B) 10 C) 12 D) 24 E) 36

6. **Aralarında Fatoş ve Kenan'ında bulunduğu 4 kız ve 5 erkek düz bir sıraya uçlarda Fatoş ile Kenan ve geriye kalan kızlar yan yana olmak koşuluyla kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 6! 2! B) 5! C) 5! 2! D) 6! 4! E) 6! 3!

7. A = {1, 2, 3, 5, 7}

kümesinin elemanları kullanılarak, dört basamaklı rakamları farklı 4 ile bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

8. **"İBİBİK" kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek B harflerinin ikisi de yan yana olacak şekilde 6 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime yazılabilir?**

A) 10 B) 15 C) 20 D) 40 E) 60

İTÜ YAYINLARI

9. **6 erkek ve 6 kız öğrenci, iki erkek öğrenci arasına bir kız öğrenci olmak koşuluyla yuvarlak bir masa etrafına kaç farklı şekilde otururlar?**

A) 6! 6! B) 6! 5! C) 2! 6! 6! D) 11! E) 2! 5! 6!

10. 4 öğretmen, 2 müdür yardımcısı ve 1 müdürden oluşan bir kurul yuvarlak bir masa etrafına oturacaktır.

Buna göre, müdür iki müdür yardımcısının arasında olmak koşuluyla bu kurul yuvarlak masa etrafına kaç farklı şekilde oturabilir?

A) 240 B) 120 C) 60 D) 48 E) 24

11. Birinci sanatçının 3 albümü, ikinci sanatçının 2 albümü, üçüncü sanatçının 4 albümü bulunmaktadır.

Buna göre, aynı sanatçının albümleri art arda gelmek koşuluyla müzik listesi kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 9! B) 3! 4! 2! C) 5! 4! D) 3! 4! 2! 3! E) 10! – 7!

12. **3 evli çift yuvarlak bir masa etrafına eşler yan yana olmak koşuluyla kaç farklı şekilde otururlar?**

A) 16 B) 24 C) 30 D) 36 E) 48

13. $\frac{P(n,6)}{C(n,4)} = 288$

olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

14. **Aralarında Meral ve Leyla'nın da bulunduğu sekiz kişi ikisi 3 kişilik, biri 2 kişilik olan üç odaya, Meral ve Leyla farklı odalarda kalmak koşuluyla kaç farklı şekilde yerleşirler?**

A) 520 B) 480 C) 420 D) 360 E) 320

15. 5, 4 ve 6 kişilik üç grup bir yarışa katılacaktır.

Buna göre, yarışı kazanan grup kendi içinde bir lider, bir de yardımcı seçeceğine göre bu iş kaç farklı şekilde gerçekleşir?

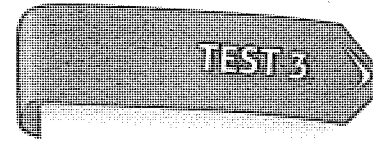
A) 150 B) 172 C) 186 D) 192 E) 206

16. 10 kişilik bir basketbol takımından beş kişilik bir takım kurulacaktır.

Buna göre, takıma girecek 2 kişi belli olduğuna göre, takım kaç farklı şekilde oluşturulur?

A) 60 B) 56 C) 52 D) 48 E) 42

1. A	2. C	3. B	4. C	5. D	6. A
7. E	8. C	9. B	10. D	11. D	12. A
13. E	14. C	15. C	16. B		



1. **15 kişilik bir öğretmen grubunda, bayan öğretmenlerden oluşan ikişerli grupların sayısı, erkek öğretmenlerin sayısından 6 fazla olduğuna göre, bu gruptaki bayan öğretmen sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. Aynı düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan 13 noktadan ikisi A ve B dir.

Bu noktalardan ikisi olan A ve B yi köşe kabul eden kaç farklı dörtgen çizilebilir?

A) 56 B) 55 C) 54 D) 52 E) 50

3. Bir kutuda farklı büyüklükte 3 mavi, 5 beyaz, 2 siyah top vardır.

Buna göre, bu torbadan 2 mavi, 2 beyaz top kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 30 E) 45

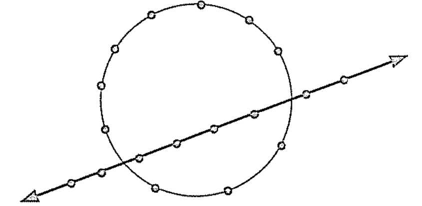
4. **4 matematik, 6 türkçe öğretmeni arasından içlerinde en çok 3 türkçe öğretmeni olacak şekilde 4 kişilik bir komisyon kaç farklı şekilde oluşturulur?**

A) 155 B) 160 C) 170 D) 180 E) 195

5. **10 kişilik bir voleybol takımından maça çıkacak 6 kişi ile bu 6 kişiden de bir kaptan kaç farklı şekilde seçilebilir?**

A) 1260 B) 630 C) 620 D) 540 E) 210

6.



Yukarıdaki şekilde çember üzerinde 10, doğru üzerinde 8 nokta verilmiştir.

Buna göre, tabanı doğru üzerinde tepesi çember üzerinde bulunan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 280 B) 275 C) 272 D) 270 E) 250

7. **7 kişiden en az 3 kişilik bir grup kaç farklı şekilde oluşturulur?**

A) 100 B) 99 C) 96 D) 90 E) 86

8. $\frac{\binom{8}{5}+\binom{4}{3}}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{2^{6-2x}}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

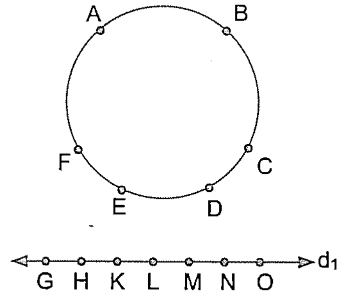
9. **5 kişilik bir gruptan 3 kişi yuvarlak bir masa etrafına kaç değişik şekilde oturabilir?**

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 60

10. **Bir çember üzerinde bulunan 8 farklı nokta ile kaç farklı kiriş çizilebilir?**

A) 12 B) 20 C) 24 D) 28 E) 56

11.



Şekilde çember üzerinde 6, d_1 doğrusu üzerinde 7 nokta verilmiştir.

Buna göre, bu 13 nokta ile kaç farklı üçgen oluşturulur?

A) 269 B) 265 C) 251 D) 248 E) 243

12. **Aynı düzlemde birbirine paralel 6 doğru ile birbirine paralel başka 9 doğru en çok kaç tane paralelkenar oluşturabilir?**

A) 240 B) 360 C) 420 D) 480 E) 540

13. Bir grup turist arasından 3 kişilik bir grup Antalya'ya, 2 kişilik bir grup İzmir'e 210 farklı şekilde gönderilebilmektedir.

Buna göre, bu grupta kaç turist vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

14. Aynı düzlemdeki 6 tane doğrunun 3 tanesi birbirine paraleldir.

Buna göre, bu doğrular en çok kaç farklı noktada kesişirler?

A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

15. **6 kız ve 3 erkek öğrenci bir sıradaki dokuz sandalyeye, erkeklerin hepsi yan yana olmamak koşuluyla kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 71.7! B) 66.7! C) 8! D) 50.6! E) 7!

16. Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan 8 noktadan biri A noktasıdır.

Bu 8 nokta ile oluşturulan üçgenlerden kaç tanesinin bir köşesi A noktasıdır?

A) 56 B) 48 C) 35 D) 21 E) 18

1. A	2. B	3. D	4. E	5. A	6. A
7. B	8. C	9. B	10. D	11. C	12. E
13. B	14. D	15. B	16. D		

TEST 4

1. Yabancı dil eğitimi için İngiltere ve Fransa'ya gönderilmek üzere 8 öğrenci seçilmiştir.

Her iki ülkeye de en az bir öğrenci gönderilmek zorunda olduğuna göre, bu 8 öğrenci kaç farklı şekilde gönderilebilir?

A) 256 B) 254 C) 128 D) 126 E) 62

2. **Aralarında 2 evli çiftin bulunduğu 9 kişilik bir grup, bir sıra halindeki koltuklara, eşler birbirinden ayrılmamak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 4!.7! B) 11! C) 6!.5! D) 9!.2! E) 7!.2!.2!

3. A = {2, 3, 4, 5}

B = {5, 6, 7, 8}

Birler basamağı A kümesinin, yüzler ve onlar basamağı B kümesinin elemanı olmak üzere, rakamları farklı 3 basamaklı kaç sayı yazılabilir?

A) 42 B) 36 C) 32 D) 28 E) 24

4. Bir grupta 3 öğretmen ve her öğretmenin 2 şer tane öğrencisi vardır.

Bu 9 kişilik grup, yuvarlak bir masa etrafına her öğretmen kendi öğrencilerinin arasında olmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilir?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 48 E) 64

5. 5 doktor, 4 asistan arasından 4 kişilik bir ekip, bu ekipten 1 başkan, 1 başkan yardımcısı seçilecektir.

Başkan doktor, yardımcısı asistan olmak üzere kaç değişik seçim yapılabilir?

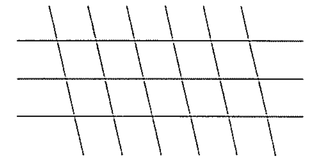
A) 300 B) 360 C) 420 D) 480 E) 540

6. $C(a+1, 2) - C(6, 1) = C(a, 2)$

eşitliğine göre a değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

7. **Yandaki şekilde kaç tane paralel kenar vardır?**



A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 45

8. A = {1, 3, 5, 7, 9}

kümesinin elemanları ile rakamları farklı dört basamaklı kaç doğal sayı yazılabilir?

A) 24 B) 48 C) 60 D) 72 E) 120

9. Bir kitaplıkta 4 matematik, 5 fizik ve 6 kimya kitabı vardır.

Buna göre, her dersin kitabından bir tane olmak koşuluyla 3 kitap kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 60 B) 120 C) 180 D) 240 E) 360

10. n elemanlı bir kümenin 6 elemanlı alt kümelerinin sayısı, 3 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşittir.

Buna göre, P(n, 2) ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 24 B) 36 C) 48 D) 56 E) 72

11. **Aynı düzlemdeki 9 farklı doğru en çok kaç farklı noktada kesişebilir?**

A) 27 B) 36 C) 45 D) 48 E) 54

12. **Birbirinden farklı 12 kalem her öğrenciye 3 kalem verilmek koşuluyla 4 öğrenciye kaç farklı şekilde dağıtılabilir?**

A) $\frac{11!}{3!}$ B) $\frac{11!}{3!}-6$ C) $\frac{2.11!}{9}$

D) $\binom{12}{3}$ E) $\binom{12}{4}$

13. **Yedi elemanlı bir kümenin en çok 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaç tanedir?**

A) 65 B) 64 C) 63 D) 62 E) 60

14. $\frac{(n-1)!+2(n-2)!}{(n+1)!-n!}=\frac{5}{16n-16}$

olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. A = {0, 1, 2, 3, 7, 8, 9}

kümesinin elemanları ile rakamları farklı 200 den büyük, 800 den küçük olmak koşuluyla kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 60 B) 75 C) 90 D) 120 E) 180

16. **Bir yarışmaya katılan 10 kişi arasından ilk üç kaç farklı şekilde oluşabilir?**

A) 720 B) 540 C) 360 D) 240 E) 120

1. B	2. E	3. A	4. A	5. C	6. B
7. E	8. E	9. B	10. E	11. B	12. C
13. B	14. B	15. C	16. A		

İTÜ YAYINLARI

TEST 5

1. $\frac{(n+1)!-3\cdot(n-1)!}{(n+1)!+n!}=\frac{17}{24}$

olduğuna göre, n sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. 8 arkadaş sinemaya gidiyor ve 4 ü ön sırada, 4 ü arka sırada olmak üzere 8 koltuk için bilet alıyorlar.

Buna göre, bu grup kaç farklı şekilde oturabilir?

A) 8! . 4! B) $\frac{8!\cdot 4!}{2}$ C) $\frac{8!\cdot 4!}{4}$

D) 8! . 2! E) 8!

3. 4 bayan ve 6 erkek arasından 4 kişi seçilerek bir grup oluşturulacaktır.

Grupta en az bir bayan bulunacağına göre, kaç farklı grup oluşturulabilir?

A) 195 B) 188 C) 178 D) 165 E) 150

4. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesi 3 ile başlar, 7 ile bitmez?

A) 76 B) 88 C) 94 D) 100 E) 108

5. **1343812 sayısının rakamları yer değiştirilerek 8 ile başlayıp 3 ile biten yedi basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?**

A) 100 B) 88 C) 74 D) 60 E) 48

6. **6 kişi yuvarlak bir masa etrafındaki 4 sandalyeye kaç farklı şekilde oturabilir?**

A) 75 B) 80 C) 90 D) 95 E) 105

7. A = {0, 3, 4, 6, 7}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı 4000 den büyük kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 96 B) 120 C) 144 D) 152 E) 168

8. Aynı düzlemde bulunan 10 noktadan 4 tanesi doğrusaldır.

Bu 10 nokta kullanılarak en fazla kaç tane doğru çizilebilir?

A) 41 B) 40 C) 39 D) 38 E) 37

İTÜ YAYINLARI

9. A = {a, b, d, e, f, g, i}

kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde iki tane sesli harf bulunur?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

10. **3 mektup 6 farklı posta kutusuna kaç farklı şekilde atılabilir?**

A) 216 B) 172 C) 120 D) 72 E) 60

11. 5 Matematik ve 4 Türkçe öğretmeninden 4 ü seçilerek bir kurul oluşturulacaktır.

İki branştan da en az birer öğretmenin bulunacağı kaç farklı kurul oluşturulabilir?

A) 115 B) 116 C) 118 D) 120 E) 121

12. Bir düzgün dokuzgenin köşeleri 1 den 9 a kadar numaralandırılarak 9 nokta elde ediliyor ve bu 9 noktadan biri işaretleniyor.

Bu dokuz nokta kullanılarak çizilebilecek üçgenlerden kaç tanesinin bir köşesi işaretlenen nokta olur?

A) 32 B) 30 C) 28 D) 26 E) 24

13. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

kümesinin 3 lü permütasyonlarının kaç tanesindeki rakamların toplamı çifttir?

A) 120 B) 114 C) 96 D) 82 E) 64

14. A = {1, 2, 3, 4, 5, a, b, c}

kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 5 veya b bulunur?

A) 55 B) 48 C) 40 D) 35 E) 30

15. A = {0, 2, 4, 5}
B = {1, 2, 3, 6}

kümeleri veriliyor.

Buna göre, onlar basamağı A kümesinden, birler basamağı B kümesinden seçilmek üzere rakamları farklı iki basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

16. **5 öğretmen, 5 öğrenci arasından en az üçü öğretmen olan 6 kişi değişik şekilde seçilebilir?**

A) 165 B) 155 C) 145 D) 140 E) 130

1. B	2. E	3. A	4. D	5. D	6. C
7. E	8. B	9. B	10. A	11. D	12. C
13. B	14. A	15. D	16. B		

TEST 6

1. A kentinden B kentine 3 değişik yol B den C ye 2 değişik yol vardır.

A kentinden C kentine gitmek isteyen bir kimse B kentine uğrayacağına göre, A dan C ye kaç değişik yolla gidebilir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. **5 farklı mektup, 3 farklı posta kutusuna her kutuya en az 1 mektup atılmak üzere, kaç farklı şeklide atılabilir?**

A) 60 B) 72 C) 108 D) 144 E) 240

3. **8 kişilik bir komisyondan bir başkan, bir yardımcı ve bir sekreter kaç farklı yolla seçilebilir?**

A) 216 B) 284 C) 320 D) 336 E) 360

4. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

kümesinin elemanları ile 3 basamaklı rakamları farklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 60 B) 48 C) 36 D) 24 E) 20

5. B = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları ile üç basamaklı rakamları farklı 320 den küçük kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 35 E) 42

6. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları ile 3 basamaklı rakamları farklı kaç çift sayı yazılabilir?

A) 48 B) 52 C) 60 D) 72 E) 80

7. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

kümesinin elemanları ile 3 basamaklı rakamları farklı 400 den büyük kaç çift sayı yazılabilir?

A) 48 B) 36 C) 30 D) 28 E) 24

8. **3 matematik, 4 fizik kitabı bir rafa matematik kitapları bir arada olmak üzere, kaç farklı şekilde dizilebilir?**

A) 120 B) 240 C) 480 D) 600 E) 720

9. Hasan ve Murat'ın da içinde bulunduğu 6 kişilik bir grup, 6 kişilik düz bir sıraya oturacaklardır.

Hasan ve Murat daima yan yana gelmek üzere, kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 96 B) 144 C) 180 D) 240 E) 252

10. **4 kız, 4 erkek bir sıraya 2 kız veya 2 erkek yan yana gelmemek şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 4!.3! B) 4!.4!.2 C) 3!.5! D) 4!.5! E) 2!.6!

11. **5 kişilik bir aile yuvarlak bir masa etrafında anne ve baba daima yan yana gelmek üzere kaç farklı şekilde oturup yemek yiyebilirler?**

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 32

12. **4 erkek ve 4 kız yuvarlak masa etrafında 2 kız arasına 1 erkek oturmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 80 B) 96 C) 120 D) 144 E) 160

13. **MALATYA kelimesinin harflerinin yerlerini değiştirerek anlamlı yada anlamsız 7 harfli kaç değişik sözcük yazılabilir?**

A) 840 B) 760 C) 720 D) 640 E) 560

14. 3 Matematik, 4 Fizik, 2 Kimya öğretmeninden üçüne öğleden önce, beşine öğleden sonra olmak üzere nöbet görevi verilecektir. Fakat Matematik öğretmenlerinden herhangi biri nöbet tutmayacaktır.

Buna göre, öğretmenlere kaç farklı nöbet görevi verilebilir?

A) 64 B) 84 C) 168 D) 180 E) 200

15. Almanlardan ve Fransızlardan oluşan bir turist kafilesindeki Almanların sayısı, Fransızların sayısının 3 katıdır. Bu kafiledeki Fransızlardan oluşturulacak ikili grupların sayısı, kafiledeki toplam turist sayısına eşittir.

Buna göre, kafilede kaç turist vardır?

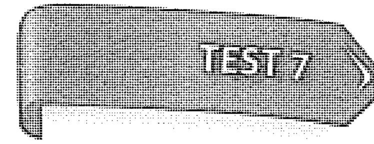
A) 44 B) 36 C) 32 D) 24 E) 12

16. Bir kız öğrencinin 4 eteği, 5 bluzu ve 7 gömleği vardır.

Bu öğrenci her giysiden mutlaka bir tane giyeceğine göre, kaç değişik biçimde kıyafet giyinebilir?

A) 35 B) 63 C) 120 D) 126 E) 140

1. C	2. E	3. D	4. A	5. C	6. B
7. D	8. E	9. D	10. B	11. B	12. D
13. A	14. C	15. B	16. E		



1. **Bir sınıftaki 10 öğrenciden 6 kişilik bir voleybol takımı kaç farklı şekilde seçilir?**

A) 24 B) 120 C) 210 D) $\frac{10!}{4!}$ E) $\frac{10!}{6!}$

2. A = {a, b, c, d, e, f}

kümesinin en çok 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 21 B) 22 C) 30 D) 60 E) 120

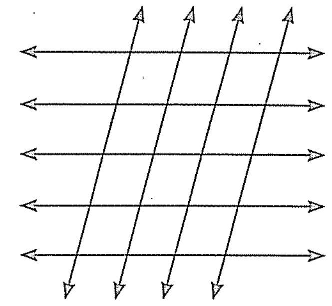
3. **Bir sınıftaki 6 erkek ve 5 kızdan, 3'ü erkek, 2 si kız olan, 5 kişilik bir çalışma grubu kaç farklı şekilde seçilir?**

A) 10 B) 20 C) 30 D) 200 E) 462

4. C(10, 10) – C(10, 9) + C(10, 1) – C(10, 0)

işleminin sonucu kaçtır?

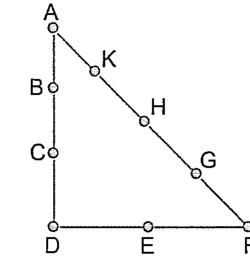
A) 0 B) 2 C) 18 D) 20 E) 22

5. 

Yukarıdaki şekilde, bir düzlemde birbirine paralel 5 doğru ile bu doğruları kesen, birbirine paralel 4 doğru verilmiştir.

Buna göre, şekilde kaç tane paralel kenar vardır?

A) 36 B) 60 C) 80 D) 86 E) 126

6. 

Yandaki üçgen üzerindeki 9 noktadan herhangi üçünü köşe kabul eden kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 15 B) 20 C) 69 D) 84 E) 220

7. **Üç elemanlı alt küme sayısı ile beş elemanlı alt küme sayısı eşit olan bir kümenin dört elemanlı alt küme sayısı kaçtır?**

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

8. **10 sporcudan 6 kişilik bir takım oluşturulacaktır. Takıma girecek iki kişi belli olduğuna göre, bu takım kaç farklı şekilde oluşturulabilir?**

A) 28 B) 56 C) 70 D) 144 E) 210

9. 6 ressam, 5 şair arasından 5 kişilik bir grup oluşturulacaktır.

Buna göre, grupta en az 4 şair bulunması şartıyla kaç değişik grup oluşturulabilir?

A) 18 B) 23 C) 26 D) 30 E) 31

10. 5 evli çift içinden 5 kişi seçilecektir.

Buna göre, seçilecek grupta 2 evli çift olması şartıyla kaç farklı seçim yapılır?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 202 E) 252

11. **Bir çember üzerindeki 10 nokta ile uçları bu noktalar üzerinde olan kaç farklı kiriş çizilebilir?**

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

12. A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

kümesinin dört elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 3 bulunur?

A) 12 B) 15 C) 20 D) 35 E) 70

13. **8 kişilik bir grupta, her bir kişi diğerleri ile el sıkıştığına göre toplam kaç el sıkışma gerçekleşmiştir?**

A) 28 B) 56 C) 112 D) 7! E) 8!

14. 7 kişilik bir grup otele yerleşecektir.

Buna göre, oteldeki 3 kişilik bir odaya ve 2 kişilik iki odaya bu 7 kişi kaç farklı şekilde yerleşirler?

A) 28 B) 56 C) 210 D) 280 E) 560

15. 10 kişilik bir gruptan 3 kişi Ankara'ya, 5 kişi İstanbul'a, 2 kişi İzmir'e gönderilecektir.

Bu seçim kaç farklı şekilde yapılabilir?

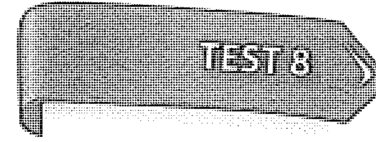
A) 1080 B) 1440 C) 2160 D) 2520 E) 3040

16. **5 bayan 7 erkek işçi arasından, 3 kadın ve 4 erkek işçiden kurulacak bir çalışma grubu kaç değişik şekilde seçilir?**

A) 350 B) 420 C) 480 D) 650 E) 700

1. C	2. B	3. D	4. A	5. B	6. C
7. E	8. C	9. E	10. B	11. E	12. D
13. A	14. C	15. D	16. A		

İTÜ YAYINLARI



1. KKKLLMM

harflerinin yer değiştirilmesiyle kaç harf dizisi oluşturulabilir?

A) 240 B) 210 C) 180 D) 150 E) 120

2. **Dördü dışında doğrusal olmayan 8 noktanın birleştirilmesiyle kaç farklı üçgen oluşturulabilir?**

A) 52 B) 56 C) 60 D) 64 E) 72

3. **10 takımın katıldığı bir turnuvada altın, gümüş ve bronz madalyalar kaç farklı şekilde verilebilir?**

A) 1000 B) 720 C) 640 D) 500 E) 420

4. A = {a, b, c, d, e, f, g, k, m}

harflerinden 2 sesli 3 sessiz harf kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 15 B) 30 C) 35 D) 45 E) 60

5. 35650

sayısının rakamlarının yer değiştirilmesiyle 5 basamaklı kaç farklı sayı elde edilebilir?

A) 72 B) 60 C) 48 D) 40 E) 36

6. **Aralarında bir başkanın da bulunduğu 9 kişilik bir grup, ortada başkanın durması şartıyla kaç farklı şekilde fotoğraf çektirebilir?**

A) 1152 B) 1210 C) 1324 D) 1386 E) 1428

7. 75 öğretmen ve 4 öğrenciden oluşan bir gruptan 6 kişilik bir komite seçilecektir.

3 öğretmen ve 3 öğrenciden oluşturulacak bu komite kaç değişik biçimde seçilebilir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 40 E) 48

8. **7 kişilik bir aile yuvarlak bir masa etrafında anne ve baba yan yana olmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilir?**

A) 240 B) 180 C) 90 D) 48 E) 24

İTÜ YAYINLARI

9. $\dfrac{1}{\binom{9}{r}} - \dfrac{1}{\binom{10}{r}} = \dfrac{11}{6\binom{11}{r}}$

olduğuna göre, r pozitif tamsayısı kaçtır?

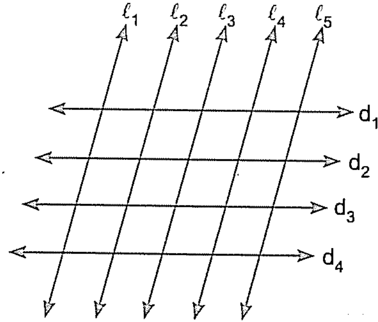
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. Bir kişinin 8 farklı pantolonu, 5 farklı ceketi ve 7 farklı kravatı vardır.

Bunlardan kaç farklı takım oluşturulabilir?

A) 180 B) 200 C) 240 D) 280 E) 300

11.



Şekilde, ℓ_1 // ℓ_2 // ℓ_3 // ℓ_4 // ℓ_5 ve d_1 // d_2 // d_3 // d_4 olduğuna göre, köşeleri bu doğruların kesim noktaları olan kaç farklı paralelkenar oluşturulabilir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

12. Düzlemde paralel iki doğrudan birinde 5 farklı, diğerinde 4 farklı nokta işaretleniyor.

Köşeleri bu noktalar üzerinde olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 40 B) 70 C) 90 D) 100 E) 110

13. **(n – 1) elemanlı bir kümenin (n – 6) elemanlı alt kümelerinin sayısı, (n – 3) elemanlı alt kümelerinin sayısına eşit olduğuna göre, bu kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?**

A) 45 B) 36 C) 28 D) 21 E) 15

14. Bir atölyede 10 çırak ve 6 kalfa vardır. Bir kalfa günde 2 masa, bir çırak günde 1 masa yapabiliyor.

Günde 3 masa yapabilecek bir grup kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 180 B) 160 C) 120 D) 80 E) 60

15. $\dfrac{q!(q-3)!}{(q-5)!(q+2)!}$

ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{(q-2)(q-1)}{q+2}$ B) $\dfrac{q+1}{q-1}$

C) $\dfrac{q-1}{(q+4)(q-2)}$ D) $\dfrac{q-4}{(q-1)(q+2)}$

E) $\dfrac{(q-3)(q-4)}{(q+1)(q+2)}$

16. 6 öğretmenden ve 4 öğrenciden 5 kişilik bir komite oluşturulacaktır.

Bu komite 4 öğretmen ve 2 öğrenciden kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 60 B) 90 C) 110 D) 135 E) 150

1. B	2. A	3. B	4. C	5. C	6. A
7. D	8. A	9. B	10. D	11. C	12. B
13. D	14. A	15. E	16. B		

İTÜ YAYINLARI

TEST 9

1. 7 kişiden oluşan bir aile yuvarlak bir masa etrafında oturacaklardır.

Anne ve baba arasında herhangi bir çocuk bulunmak şartı ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 48 B) 60 C) 120 D) 240 E) 720

2. Bir kümenin 3 elemanlı ve 7 elemanlı alt küme sayıları eşittir.

Buna göre, bu kümenin 6 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

A) 120 B) 150 C) 190 D) 210 E) 240

3. Bir mağazada 8 farklı pantolon ve 9 farklı gömlek vardır.

Bir pantolon ve bir gömlek almak isteyen bir kimse kaç değişik seçim yapabilir?

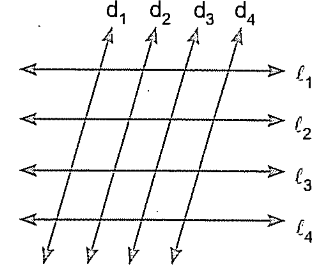
A) 56 B) 63 C) 72 D) 81 E) 90

4. Bir düzlemde bulunan 14 doğrudan 3 ü birbirine paraleldir.

6 doğru da sabit bir noktada kesiştiğine göre, 14 doğru en çok kaç noktada kesişir?

A) 71 B) 72 C) 73 D) 74 E) 75

5.



Şekilde d_1 // d_2 // d_3 // d_4 ve ℓ_1 // ℓ_2 // ℓ_3 // ℓ_4 olduğuna göre, köşeleri bu doğruların kesim noktalarında olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 560 B) 548 C) 544 D) 536 E) 528

6. $11\binom{28}{2r} = 225\binom{24}{2r-4}$

olduğuna göre, r kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. Biri 4 kişiden ve diğeri 3 kişiden oluşan iki aile bir sıraya oturacaklardır.

Herhangi bir aile ferdi diğer ailenin arasında olmamak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 320 B) 288 C) 240 D) 192 E) 180

8. **n – elemanlı bir kümenin r – li bütün kombinasyonlarının sayısı C(n, r) ile gösterildiğine göre,**

C(0, 0) + C(7, 3) = 4C(n, n – 1)

eşitliğinde n kaç olmalıdır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

İTÜ YAYINLARI

9. **5 doktor ve 3 hemşire arasından en az 1 i doktor olmak üzere, 4 kişilik bir ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?**

A) 140 B) 70 C) 35 D) 20 E) 15

10. **Sadece 4 ü doğrusal olan 8 farklı noktadan en fazla kaç doğru geçebilir?**

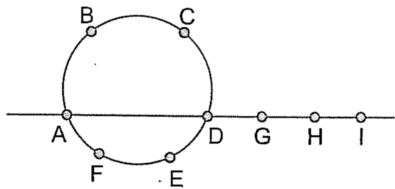
A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

11. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde 2 bulunur?

A) 120 B) 180 C) 240 D) 300 E) 360

12.



Köşeleri şekildeki noktalar üzerinde olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 74 B) 64 C) 56 D) 48 E) 36

13. Bir iskelede 1. teknede 2, 2. teknede 3 ve 3. teknede 4 kişilik yer vardır.

Tekneye binmek üzere gelen 8 kişi bu teknelere kaç farklı şekilde binebilir?

A) 1120 B) 1200 C) 1260 D) 1320 E) 1360

14. **Her biri aynı büyüklükte 3 mavi, 2 sarı ve 4 kırmızı boncuk bir ipe kaç farklı şekilde dizilebilir?**

A) 1440 B) 1260 C) 1080 D) 960 E) 840

15. Ahmet, akşam işten gelirken evlerinin yakınındaki 3 marketten herhangi birine giderek 2 çocuğuna çikolata alacaktır.

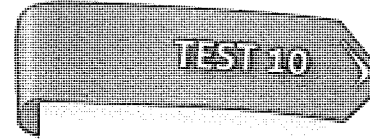
Her markette 3 ayrı markadan 4 er çeşit çikolata olduğuna göre, Ahmet 2 çikolatayı kaç farklı şekilde seçebilir?

A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 80

16. **1122313 sayısının rakamlarının yerlerini değiştirerek 7 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?**

A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 300

1. D	2. D	3. C	4. D	5. E	6. C
7. B	8. D	9. B	10. C	11. C	12. A
13. C	14. B	15. D	16. C		



1. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

kümesinin üçlü permütasyonlarının kaç tanesinde 3 elemanı bulunur?

A) 120 B) 96 C) 72 D) 60 E) 48

2. 4354354

sayısının rakamları ile 3 ile başlayıp 5 ile biten yedi basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) $\frac{7!}{3!\,2!\,2!}$ B) $\frac{5!}{2!\,2!}$ C) $\frac{5!}{3!}$ D) $\frac{5!}{2!}$ E) $\frac{5!}{4!}$

3. **"AYRAN" kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek beş harfli ilk ve son harfi sessiz olan anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime yazılabilir?**

A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

4. A = {0, 1, 3, 5, 6, 9}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı 5000 den büyük, dört basamaklı kaç farklı çift sayı yazılabilir?

A) 48 B) 52 C) 56 D) 60 E) 64

5. 12311344

sayısının rakamları ile sekiz basamaklı, çift sayıların yan yana olduğu kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 360 B) 180 C) 90 D) 60 E) 48

6. **9 kişiden 3 ü, 4 ü ve 2 si sırasıyla futbol, basketbol ve voleybol sporlarını kaç farklı şekilde yapabilirler?**

A) 1260 B) 920 C) 860 D) 720 E) 630

7. **7 kişi yuvarlak bir masa etrafındaki üç sandalyeye kaç farklı biçimde oturabilirler?**

A) 35 B) 50 C) 60 D) 70 E) 85

8. Aynı düzlemdeki 12 noktadan 5 tanesi doğrusaldır.

Köşeleri bu noktalar üzerinde olan en çok kaç tane üçgen çizilebilir?

A) 230 B) 220 C) 210 D) 200 E) 190

9. A = {1, 2, 3, 4, 5, a, b, c, d}
kümesinin elemanları kullanılarak dört haneli şifreler oluşturulacaktır.

Buna göre, ilk iki hanesi rakam, son iki hanesi harf olacak şekilde kaç farklı şifre oluşturulur?

A) 240 B) 200 C) 180 D) 120 E) 60

10. A = {0, 1, 2, 4, 6, 7, 9}

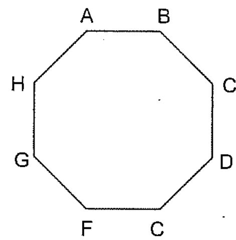
kümesinin 5 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde en az iki tane çift sayı bulunur?

A) 16 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

11. Aralarında Özlem ve Neslihan'ın da bulunduğu 12 kişi içinden 8 kişi seçilecektir.

Buna göre, Özlem ya da Neslihan'ın bulunduğu kaç farklı grup oluşturabilir?

A) 360 B) 320 C) 280 D) 240 E) 200

12. 

Yandaki sekizgenin köşelerindeki noktalar kullanılarak, bir köşesi A olacak şekilde kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 18 B) 21 C) 24 D) 30 E) 35

İTÜ YAYINLARI

13. **5 tarih ve 7 coğrafya öğretmeni arasından en az bir tarih ve en çok iki coğrafya öğretmeni olmak koşuluyla 4 kişilik bir kurul kaç farklı şekilde oluşturulur?**

A) 460 B) 320 C) 285 D) 280 E) 210

14. **C(n, r) kombinasyonu, P(n, r) permütasyonu göstermek üzere;**

$$C(n, 0) + C(n, n-2) = P(n, 0) + P(2n, 1)$$

eşitliğini sağlayan n nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

15. **Aynı düzlem üzerinde bulunan 2 farklı doğru ile 3 farklı çember en fazla kaç noktada kesişirler?**

A) 35 B) 23 C) 20 D) 19 E) 17

16. 6 erkek 4 kadın arasından 4 kişilik bir ekip seçilecektir.

Bu ekip, içinde en az bir kadın olacak şekilde kaç farklı şekilde seçilebilir?

A) 210 B) 195 C) 120 D) 80 E) 56

1. D	2. C	3. E	4. D	5. B	6. A
7. D	8. C	9. A	10. C	11. D	12. B
13. C	14. C	15. D	16. B		

ETKİNLİK CEVAPLARI

ETKİNLİK 1

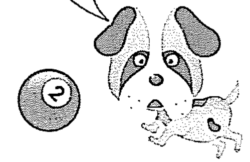
1	36	2	210 63 7
3	120	4	24
5	2	6	120 96
7	7! 6.5!	8	210 90 25

ETKİNLİK 2

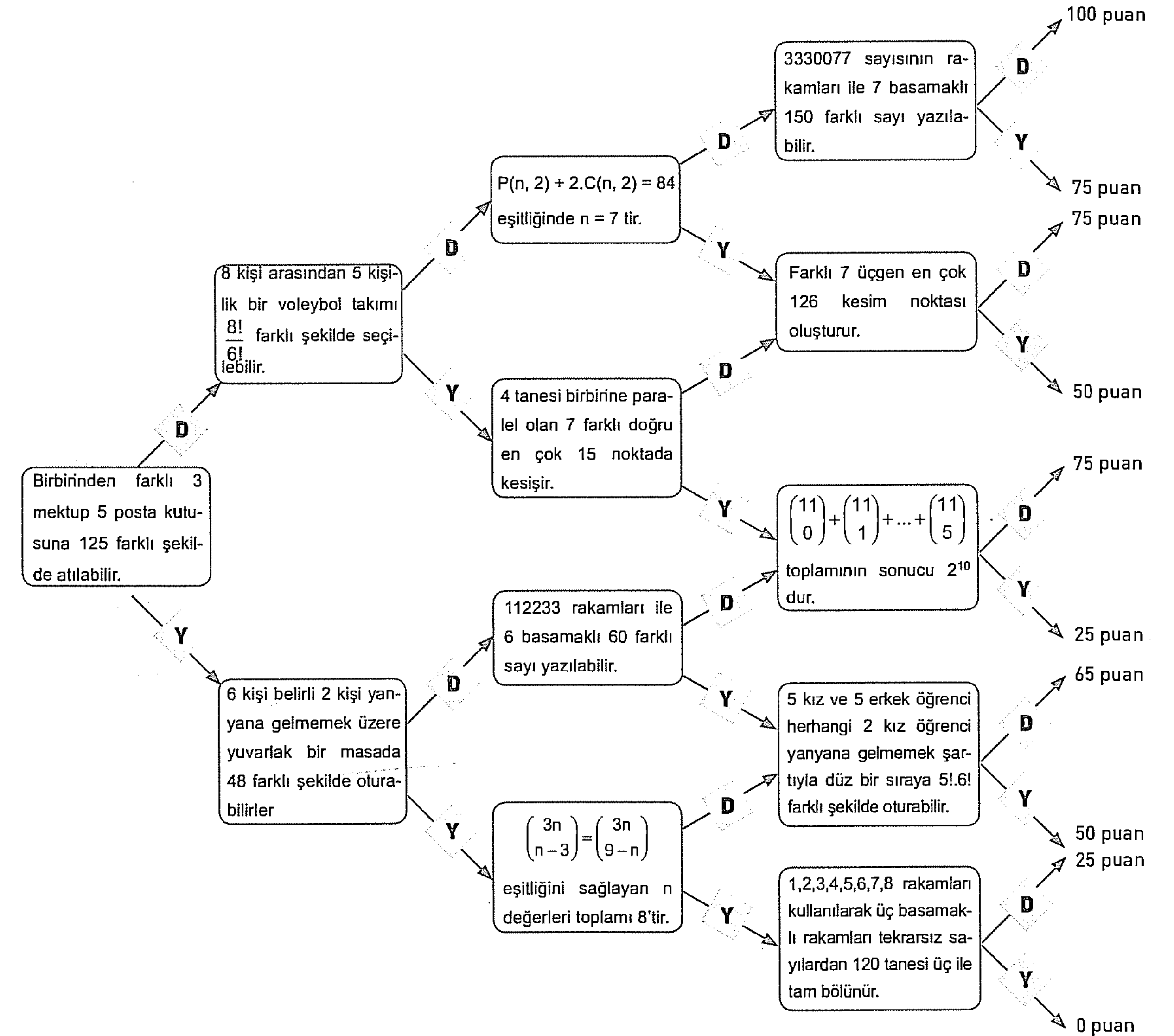
Ah kardeşim sıkma sen o güzel canını. Ahmet "Ben kaleciyim" diyor. O kesin oynayacak.

Geriye kalıyor 7 kişi. Arasından seç işte 5 kişi daha işte 4 takım kurabiliriz.

Ne var bunda zorlanacak?



ETKİNLİK 3



BÖLÜM 2

BİNOM AÇILIMI OLASILIK İSTATİSTİK

BAŞLANGIÇ İÇİN BİRAZ MOTİVASYON

OKUMA PARÇASI

Bir sabah, yıllardır görmediğiniz bir arkadaşınızı düşünerek uyandınız. Bir saat sonra, onunla sokakta karşılaştınız. Sizce bu sadece bir tesadüf mü yoksa bunun çok daha farklı bir anlamı var mı? Siz lotoda hiç büyük ikramiye kazanmadınız. Ama birileri kazanıyor. Hemde sürekli! Onlar sizden daha mı şanslılar?

Şans nedir gerçekten? İçinizde bütün parayı kırmızıya yatırmanız gerektiğini söyleyen bir his var. Bu his bir öngörü müdür? yoksa daha fazlası mı? Yolda gidiyorsunuz. Kafanızı çevirip yandaki küçük parka baktınız ve bir anda bu anı daha önce de yaşamış olduğunuzu hissettiniz.

Evet, Deja Vu. Sizce nedir Deja Vu, Geçmiş mi, rüyamı yoksa geleceği mi görüyorsunuz?

(Adam Fawer, Olasılıksız)

BİNOM AÇILIMI

n doğal sayı olmak üzere,

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \ldots\ldots + \binom{n}{r}x^{n-r}y^r + \ldots + \binom{n}{n}y^n$$

ifadesinin binom açılımı denir.

$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \ldots\ldots \binom{n}{n}$ sayılarına binom katsayıları denir.

ÖRNEK

$(x - 2)^3$ ifadesinin açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 - 8$
B) $x^3 - 4x^2 - 8$
C) $x^3 - 6x^2 - 8$
D) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
E) $x^3 + 12x - 8$

Çözüm:

$$(x-2)^3 = \binom{3}{0}x^3 + \binom{3}{1}x^2(-2)^1 + \binom{3}{2}x^1(-2)^2 + \binom{3}{3}(-2)^3$$

$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

Doğru Cevap **D**'dir.

Özellikleri

- $(x + y)^n$ ifadesinin açılımında n+1 tane terim vardır.
- $(x + y)^n$ ifadesinin açılımında, her terimdeki x ve y çarpanlarının üslerinin toplamı n dir.
- $(x + y)^n$ ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre yapıldığında genel terim (baştan r + 1 inci terim) $\binom{n}{r}x^{n-r} \cdot y^r$ dir.

DİKKAT

$(x + y)^n$ ifadesinin açılımında,

- *Baştan k. terim sorulursa $r = k - 1$ alınarak, $\binom{n}{k-1}$ ile hesaplanır.*
- *Sondan m. terim sorulursa $r = n - m + 1$ alınarak, $\binom{n}{n-m+1}$ ile hesaplanır.*
- *n çift ise ortadaki terim $r = \frac{n}{2}$ alınarak, $\binom{n}{\frac{n}{2}} x^{\frac{n}{2}} y^{\frac{n}{2}}$ bulunur.*

Pascal Üçgeni

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

Her ne kadar bu isimle anılıyorsa da, binom katsayılarını veren üçgeni ilk bulan Hintliler olduğu, daha sonraları Ömer Hayyam'ında bu katsayılar üçgeni üzerinde çalıştığı biliniyor. Kendisini biz her ne kadar Rubailer'i ile hatırlıyor isek de, zamanının önemli bir matematikçisi ve astronomicisi olan Hayyam'ın Euclid geometrisi üzerine de çalışmalar yaptığı biliniyor.

$(x + 5)^5$ ifadesini $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$ olarak açılabilir.

Pascal üçgeni kurarken, dikkat edeceğimiz nokta, her satırın birinci sayısı olan 1'den sonra gelen sayının, bir üst satırın 1. ve 2. sayılarının toplamı, onu takip eden sayının ise 2. ve 3. sayıların toplamı vb. olduğu ve son sayının yine 1 olarak bittiğidir. Buradaki sayılar açılımın katsayıların gösterirler ve binom terimlerinin ilkinin üssü küçülürken, ikincisinin üssü büyür. Bu kurala uyarak Pascal üçgeninin istediğimiz satıra kadar, her yeni satırın binom üssünün bir artışına karşılık geldiğini hatırda tutarak büyütebiliriz. Ancak $(x + y)^{18}$ gibi bir açılım yapmak istediğimizde gerçekten büyük bir üçgen kurmak zorunda kalacağımızı da göz önünde tutmalıyız.

ÖRNEK

$(2x + y)^5$ açılımı x in azalan kuvvetlerine göre düzenlenirse, baştan 3. terim katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 20 B) 40 C) 60 D) 80 E) 120

Çözüm:

Baştan 3. terim sorulduğuna göre r = 3 - 1 = 2 dir.

O halde $\binom{5}{2}(2x)^{5-2} \cdot (y)^2 = 10 \cdot (2x)^3 y^2 = 80x^3y^2$

olduğundan baştan 3. terimin katsayısı 80 dir.

Doğru Cevap D'dir.

ÖRNEK

$\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^7$ ifadesinin açılımında x^8 li terimin katsayısı kaçtır?

A) 84 B) 48 C) 28 D) -48 E) -84

Çözüm:

n=7 olmak üzere genel terim $\binom{7}{r} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{7-r} \cdot \left(-x^2\right)^r$ dir.

Açılımda x in kuvvetlerini düzenleyip 8 e eşitlersek,

$r - 7 + 2r = 8 \Rightarrow 3r = 15 \Rightarrow r = 15$ dir.

Buna göre, $\binom{7}{5}\left(\frac{2}{x}\right)^{7-5} \cdot \left(-x^2\right)^5 = \binom{7}{5}\left(\frac{2}{x}\right)^2 \left(-x^{10}\right) = 21 \cdot \frac{4}{x^2} \cdot \left(-x^{10}\right) = -84x^8$

olduğundan x^8 li terimin katsayısı –84 tür.

Doğru Cevap E'dir.

ÖRNEK

$(x^2 - 2y^2)^n$ ifadesinin açılımında, x^4y^4 lü terimin katsayısı kaçtır?

A) -48 B) -24 C) 12 D) 24 E) 48

Çözüm:

$(x^2 - 2y^2)^n$ açılımında genel terim,

$\binom{n}{r}\left(x^2\right)^{n-r} \cdot \left(-2y^2\right)^r$ dir. $\binom{n}{r} x^{2n-2r} \cdot (-2)^r \cdot y^{2r}$

ifadesinde x ve y nin kuvvetleri 4 e eşitlenirse, $2r = 4 \Rightarrow r = 2$

$2n - 2r = 4 \Rightarrow 2n - 4 = 4 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4$

Bu değerleri yerine yazarsak, $\binom{4}{2} x^4 \cdot (-2)^2 \cdot y^4 = 6 \cdot x^4 \cdot 4y^4 = 24x^4y^4$

o halde x^4y^4 teriminin katsayısı 24 tür.

Doğru Cevap D'dir.

ÖRNEK

$\left(\frac{a}{x} + x^3\right)^5$ ifadesinin açılımında bir terim $80x^3$ olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm:

$\left(\frac{a}{x} + x^3\right)^5$ ifadesinin genel terimi, $\binom{5}{r}\left(\frac{a}{x}\right)^{5-r}\left(x^3\right)^r$ dir.

Açılımda x in kuvvetlerini düzenleyip 3 e eşitlersek,

$\binom{5}{r} a^{5-r} x^{r-5} x^{3r} = \binom{5}{r} a^{5-r} x^{4r-5}$

$4r - 5 = 3 \Rightarrow r = 2$

$\binom{5}{2} a^{5-r} = 80 \Rightarrow \binom{5}{2} a^3 = 80 \Rightarrow 10a^3 = 80 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$ bulunur

Doğru Cevap D'dir.

ÖRNEK

$\left(\sqrt[3]{4}-1\right)^6$ **ifadesinin açılımında rasyonel terimlerinin toplamı kaçtır?**

A) -65 B) -64 C) -63 D) -62 E) -61

Çözüm:

$\left(\sqrt[3]{4}-1\right)^6$ ifadesinin açılımında genel terim, $\binom{6}{r}\left(\sqrt[3]{4}\right)^{6-r}\cdot(-1)^r$ dir.

$\binom{6}{r}\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^{6-r}\cdot(-1)^r=\binom{6}{r}4^{\frac{6-r}{3}}\cdot(-1)^r$ ifadesindeki rasyonel terimleri bulmak için, önce $\frac{6-r}{3}$ ifadesini tamsayı yapan r değerleri bulunmalıdır.

$\frac{6-r}{3}\in Z\Rightarrow r=0,3,6$ dır.

$r=0\Rightarrow\binom{6}{0}\cdot4^2\cdot(-1)^0=16$

$r=3\Rightarrow\binom{6}{3}\cdot4^1\cdot(-1)^3=-80$

$r=6\Rightarrow\binom{6}{6}\cdot4^0(-1)^6=1$

Bulunan değerlerin toplamı 16 - 80 + 1 = –63 dür.

Doğru Cevap **C**'dir.

DİKKAT

$(x+y)^n$ ifadesinin katsayılarının toplamı x ve y nin yerlerine 1 yazılarak bulunur.

ÖRNEK

$(2x-3y+4)^3$ ifadesinin açılımındaki terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 1 B) 8 C) 27 D) 64 E) 125

Çözüm:

$(2x-3y+4)^3$ ifadesinin katsayılar toplamını bulmak için x ve y nin yerlerine 1 yazılır.

$(2\cdot1-3\cdot1+4)^3=(2-3+4)^3=3^3=27$ dir.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

$\left(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^6$ **ifadesinin açılımında ortadaki terim aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-320\sqrt{x}$ B) $-160\sqrt{x}$ C) $-160\sqrt[3]{x}$ D) $160\sqrt{x}$ E) $320\sqrt[3]{x}$

Çözüm:

n = 6 ise ortadaki terim sorulduğundan $r=\frac{n}{2}=\frac{6}{2}=3$ olmalıdır.

Buna göre, genel terimde yerine yazılırsa,

$\binom{6}{3}\left(\sqrt{x}\right)^{6-3}\cdot\left(-\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^3=20\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3\cdot\left(-\frac{2}{x^{\frac{1}{3}}}\right)^3$

$=20x^{\frac{3}{2}}\cdot\left(-\frac{8}{x}\right)=-160x^{\frac{1}{2}}\Rightarrow-160\sqrt{x}$

Doğru Cevap B'dir.

ÖRNEK

$\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$ **ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır?**

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

Çözüm:

$\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$ ifadesinin genel terimi, $\binom{6}{r}\cdot x^{6-r}\cdot\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$ dir.

Sabit terim x değişkeninin içermeyeceğinden x in kuvveti sıfır olmalıdır.

6 - r - 2r = 0 ⇒ r = 2 dir.

Buna göre, sabit terim $\binom{6}{2}=\frac{6\cdot5}{2}=15$ dir.

Doğru Cevap A'dır.

ÖRNEK

2009 - ÖSS

$(1-x+x^2)^{10}=a_0+a_1\cdot x+a_2\cdot x^2+\ldots\ldots+a_{20}\cdot x^{20}$

olduğuna göre, çift indisli katsayıların toplamı olan

$a_0+a_2+a_4+a_8+\ldots\ldots+a_{20}$ kaçtır?

A) $2^{10}+1$ B) $3^{10}-1$ C) $4^{10}-1$ D) $\frac{3^{10}+1}{2}$ E) $\frac{4^{10}+1}{2}$

Çözüm:

$(1-x+x^2)^{10}$ açılımında çift dereceli terimlerin katsayıları toplamını bulmak için verilen ifadeyi polinom gibi düşünürüz.

$P(x)=(1-1x+x^2)^{10}$ eşitliğinde P(x) polinomunun çift dereceli terimlerin toplamı,

$\frac{P(1)+P(-1)}{2}$ olduğundan,

$P(1)=(1-1+1)^{10}=1$

$P(-1)\ (1+1+1)^{10}=3^{10}$

$\frac{P(1)+P(-1)}{2}=\frac{1+3^{10}}{2}$ bulunur.

Doğru Cevap D'dir.

OLASILIK

Olasılık Terimleri

Deney ve Çıktı

Bir madeni paranın havaya atılması, zarın atılması gibi sonucu belli olmayan olaylar birer deney, bu deneylerin sonucunda bulunanlar ise çıktıdır.

Örnek Uzay

Sonucu belli olmayan bir deneyde elde edilebilecek tüm çıktıların kümesine örnek uzay denir ve E ile gösterilir.

Bu zarın havaya atılması deneyinde üst yüze gelebilecek sayıların örnek uzayı; E ={1,2,3,4,5,6} olup s(E) = 6 dır.

İki zarın havaya atılması deneyinde üst yüze gelebilecek sayıların örnek uzayı,

$s(E) = 6 \cdot 6 = 36 = 6^2$ dir.

Bir madeni paranın havaya atılması deneyinde örnek uzay, E= {Y,T} olup s(E) = 2,

İki madeni paranın havaya atılması deneyinde örnek uzay,

E= {(T,T), (T,Y), (Y,T), (Y,Y)} olup $s(E)= 4 = 2^2$ dir.

Sonuç

- n tane madeni paranın havaya atılması deneyinde örnek uzayın eleman sayısı,

  $s(E)= s(E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_n) = s(E_1) \cdot s(E_2) \cdot \ldots s(E_n)$

  $= \underbrace{6 . 6 . 6 \ldots 6}_{n \text{ tane}} = 6^n$

DİKKAT

n tane zarın (ya da madeni paranın) havaya atılması deneyinde örnek uzayın eleman sayısı ile bir tane zarın (ya da madeni paranın) n kez havaya atılması deneyinin örnek uzay eleman sayısı aynıdır.

ÖRNEK

İçerisinde 4 sarı, 5 mavi topun bulunduğu bir torbadan rastgele 3 top seçme deneyinde örnek uzayın eleman sayısı

$s(E) = \binom{9}{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2} = 84$ tür.

ÖRNEK

3 erkek ve 5 kız öğrencinin yuvarlak bir masa etrafında oturması deneyinde örnek uzayın eleman sayısı

s(E) = (8 - 1)! = 7! dir.

Olay - İmkansız Olay - Kesin Olay

Örnek uzayın her bir alt kümesine olay, boş kümeye imkansız olay ve E örnek uzayına ise kesin olay denir.

ÖRNEK

Bir zarın havaya atılması deneyinde üst yüze gelen sayıların çift olma olayının eleman sayısı

A= {2, 4, 6} olduğundan s(A) = 3 tür.

ÖRNEK

İki madeni paranın havaya atılması deneyinde paraların en az birinin tura gelme olayının eleman sayısı

A = {(Y,T), (T,Y), (T,T)} olduğundan s(A) = 3 tür.

Olasılık Fonksiyonu

Bir E örnek uzayının, tüm alt kümelerinin kümesi E_A olsun,

$P: E_A \rightarrow [0,1]$ şeklinde tanımlanan bir P fonksiyonuna olasılık fonksiyonu, P(A) değerine de A olayının olasılığı denir.

- $A \subset E$ olmak üzere $0 \leq P(A) \leq 1$ dir.
- $P(\varnothing) = 0$ (İmkansız olay)

  P(E) = 1 (Kesin olay) dır.
- $A, B \in E_A$ ve $A \cap B = \varnothing$ ise $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

  (Ayrık olaylar)

Olasılık Fonksiyonunun Özellikleri

- A, E örnek uzayında bir olay ve A', A olayının dışındaki olaylar olmak üzere, A olayın gerçekleşme olasılığı ile gerçekleşmeme olasılığı toplamı 1 dir.

  P(A) + P(A') = 1
- A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere, $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$ dir.
- A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,

  $A \cap B \neq \varnothing \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ dir.

ÖRNEK

A, B ve C örnek uzayında üç olaydır. A ve B olaylarının gerçekleşme olasılıkları sırasıyla $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{2}$ dir.

Buna göre, C olayının gerçekleşme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm:

P(A) + P(B) + P(C) = 1 olduğuna göre,

$$\underset{(2)}{\frac{1}{3}}+\underset{(3)}{\frac{1}{2}}+P(C)=1 \Rightarrow P(C)=1-\frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow P(C)=\frac{1}{6} \text{ dır.}$$

Doğru Cevap **B**'dir.

ÖRNEK

A ve B, E örnek uzayında herhangi iki olaydır.

$P(B)=\frac{1}{5}$ $\quad P(A')=\frac{3}{4}$ $\quad P(A\cap B)'=\frac{7}{10}$

olduğuna göre, P(A∪B) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7}{20}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{1}{10}$

Çözüm:

$P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow P(A) + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{4}$

$P(A\cap B)' + P(A\cap B) = 1 \Rightarrow \frac{7}{10} + P(A\cap B) = 1 \Rightarrow P(A\cap B) = \frac{3}{10}$ dur.

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$$P(A\cup B)=\underset{(5)}{\frac{1}{4}}+\underset{(4)}{\frac{1}{5}}-\underset{(2)}{\frac{3}{10}} \Rightarrow P(A\cup B)=\frac{5+4-6}{20}=\frac{3}{20} \text{ dir.}$$

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

A ve B, E örnek uzayında herhangi iki olaydır.

$P(A'\cup B') = \frac{11}{5}$

$P(B') = \frac{1}{5}$

olduğuna göre, P(A'∩B) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

Çözüm:

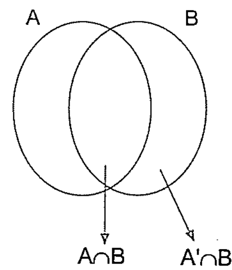
$P(A'\cup B') = P(A\cap B)' = \frac{11}{15}$

$P(A\cap B) + P(A\cap B)' = 1$

$P(A\cap B) + \frac{11}{15} = 1 \Rightarrow P(A\cap B) = \frac{4}{15}$

$P(B') + P(B) = 1 \Rightarrow \frac{1}{5} + P(B) = 1 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{5}$

$$P(A'\cap B) = P(B) - P(A\cap B) = \underset{(3)}{\frac{4}{5}}-\underset{(1)}{\frac{4}{15}}=\frac{8}{15} \text{ dir.}$$



Doğru Cevap **C**'dir.

Eş Olumlu Örnek Uzay

Bir deney sonucunda elde edilebilecek tüm çıktıların olasılıkları birbirine eşit ise bu örnek uzaya eş olumlu örnek uzay denir.

$E = \{e_1, e_2, e_3 \ldots e_n\}$ sonlu bir örnek uzay ve P olasılık fonksiyonu olmak üzere;

$P(e_1) = P(e_2) = P(e_3) = \ldots\ldots = P(e_n)$ ise E örnek uzayına eş olumlu örnek uzay denir.

A, E örnek uzayında bir olay olsun.

$n, m \in N^+$ ve $m \leq n$ olmak üzere;

$A = \{e_1, e_2, \ldots e_m\}$, $s(A) = m$

$E = \{e_1, e_2, \ldots e_n\}$, $s(E) = n$

A olayının olasılığı;

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\text{İstenilen durumların sayısı}}{\text{Tüm durumların sayısı}}$$

ÖRNEK

İki zar havaya atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamlarının 8 den büyük veya çarpımlarının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{17}{36}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{19}{36}$

Çözüm:

İki zarın havaya atılması deneyinin örnek uzayının eleman sayısı

$s(E) = 6^2 = 36$ dır.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamlarının 8 den büyük olma olasılığı A olsun.

A = {(3,6), (4,5), (4,6), (5,4), (5,5), (5,6), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

s(A) = 10 dur.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların çarpımlarının tek sayı olma olayı B olsun.

B = {(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)}

s(B) = 9 dur.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamlarının 8 den büyük ve çarpımlarının tek sayı olma olayı;

$A\cap B = \{(5,5)\} \Rightarrow s(A\cap B) = 1$ dir.

O halde $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \frac{10}{36}+\frac{9}{36}-\frac{1}{36}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$ dir.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

Kız ve erkeklerden oluşan 32 kişilik bir sınıfta, 18 kız öğrenci vardır. Bu sınıftaki kızların 8 i, erkeklerin 12 si esmerdir.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya esmer olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{11}{16}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{25}{32}$ E) $\frac{13}{16}$

Çözüm:

Örnek uzay, sınıftaki öğrenci sayısı olduğundan, s(E) = 32 dir.

Seçilen bir öğrencinin erkek olma olayına A dersek,

S(A) = 32 - 18 = 14 tür.

Seçilen bir öğrencinin esmer olma olayına B dersek, s(B) = 8 + 12 = 20 dir.

Seçilen öğrencilerin erkek ve esmer olma olayı $s(A \cap B) = 12$ dir.

O halde, seçilen bir öğrencinin erkek veya esmer olma olasılığı,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{14}{32} + \frac{20}{32} - \frac{12}{32} = \frac{22}{32} = \frac{11}{16}$$

Doğru Cevap **B**'dir.

ÖRNEK

Bir grupta 3 erkek ve 2 kız öğrenci vardır.

Bu gruptan seçilecek 2 kişinin ikisinin de erkek olma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

Çözüm:

5 kişiden 2 kişinin seçilmesi deneyinde örnek uzay;

$s(E) = \binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ olur.

3 erkek arasından 2 erkek seçilme olayı A ise;

$s(A) = \binom{3}{2} = 3$ tür.

Buna göre A olayının olasılığı $P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} \frac{3}{10}$ dur.

Doğru Cevap **B**'dir.

ÖRNEK

Bir zar havaya atılıyor.

Zarın üst yüzüne tek sayı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

Çözüm:

Zarın üst yüzüne gelebilecek sayılar:

E= {1, 2, 3, 4, 5, 6} ve s(E) = 6 dır.

Tek sayı gelmesi olayı A = {1, 3, 5} ve s(A) = 3 olduğundan, A olayının gerçekleşme olasılığı,

$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ dir.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

Bir torbada 6 beyaz, 4 siyah bilye vardır.

Bu torbadan rastgele çekilen 3 bilyeden, birinin beyaz diğer ikisinin siyah olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{5}{14}$ E) $\frac{5}{13}$

Çözüm:

6 + 4 = 10 bilyeden 3 bilye çekildiğine göre örnek uzayın eleman sayısı

$s(E) = \binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 120$ dir.

Çekilen bilyelerden birinin beyaz, ikisinin siyah olma olayının eleman sayısın s(A) = $\binom{6}{1}\binom{4}{2} = 6 \cdot 6 = 36$

O halde $P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$ dur.

Doğru Cevap A'dır.

Koşullu Olasılık

A ve B, E örnek uzayında iki olay olsun. A olayının gerçekleşmesi, B olayının gerçekleşmesine bağlı ise A olayının B ye bağlı koşullu olasılığı denir ve P(A \ B) ile gösterilir.

$P(A \backslash B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$ dir.

ÖRNEK

Bir zar havaya atılıyor.

Üst yüze gelen sayının 3 den büyük geldiği bilindiğine göre, bu sayının çift olması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

Çözüm:

Üst yüze gelen sayının, 3 den büyük olması olayı B ise, B = {4, 5, 6}, çift gelmesi olayı A ise A = {2, 4, 6} dır. Buna göre, $A \cap B = \{4, 6\}$ dır.

$P(A \backslash B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{2}{3}$ tür.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

Bir çift zar atılıyor.

Zarlardan birinin üst yüzüne 1 geldiği bilindiğine göre, zarlardaki sayıların toplamının 6 dan küçük olma olasılığı nedir?

A) $\frac{3}{11}$ B) $\frac{4}{11}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{6}{11}$ E) $\frac{7}{11}$

Çözüm:

Zarlardan birinin üst yüzüne 1 gelme olayı B ise

B = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1)} olup s(B) = 11,

üst yüze gelen sayıların toplamının 6 dan küçük olma olayı A ise,

A= {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (3,1), (4,1)}

$s(A \cap B) = 7$

$P(A \backslash B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{7}{11}$ dir.

Doğru Cevap **E**'dir.

ÖRNEK

Bir sınıftaki 36 kişiden, 20 si matematik dersinden kalmıştır. Matematik dersinden geçenlerin 10 u erkek öğrencidir.

Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin matematikten geçtiği bilindiğine göre, kız olma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm:

Seçilen öğrencinin matematikten geçme olayı B ise, s(B) = 36 - 20 = 16 dır. Seçilen öğrencinin matematikten geçen kız öğrenci olma olayının eleman sayısı;

$s(A \cap B) = 16 - 10 = 6$ dır.

O halde $P(A \backslash B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ dir.

Doğru Cevap **C**'dir.

Bağımsız Olaylar

A ve B, E örnek uzayında iki olay olsun. A ve B olaylarının olasılıkları birbirinden etkilenmiyorsa A ve B olaylarına bağımsız olaylar denir.

A ve B bağımsız olaylar ise $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ dir.

DİKKAT

Bu kısımda ayrık olaylar ile bağımsız olayların birbirinden farklı kavramlar olduğu üzerinde durulmalıdır.
Ayrık olaylar: örnek uzayları aynı fakat aynı anda gerçekleşmeyen olaylardır.
Bağımsız olaylar ise örnek uzayları farklı, aynı anda gerçekleşebilen olaylardır.
Ayrık Olay: Bir torbada bulunan 4 mavi, 3 beyaz bilye arasından rastgele seçilen bilyenin mavi ve beyaz olma olasılığıdır.
Bağımsız olay: Bir madeni para ile bir zarın atılması deneyinde paranın tura, zarın çift sayı gelmesi olasılığıdır.

ÖRNEK

Bir madeni para ile zar birlikte havaya atılıyor.

Paranın yazı ve zarın asal sayı gelme olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm:

Paranın örnek uzayı E = {Y,T} ve s(E) = 2

Paranın yazı gelme olayı A = {Y}, s(A) = 1 dir.

Paranın yazı gelme olasılığı $P(A) = \frac{s(A)}{s(B)} = \frac{1}{2}$ dir.

Zarın örnek uzayının eleman sayısı s(E) = 6 dır.

Asal gelme olayı B ise B = {2, 3, 5} s(B) = 3 tür.

Zarın asal gelme olasılığı $P(B) = \frac{s(B)}{s(E)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ dir.

A ve B bağımsız iki olay olduğundan;

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ tür.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

Hasan, Yiğit ve Burak isimli üç atıcının ayrı ayrı bir hedefi vurma olasılıkları sırasıyla $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ve $\frac{1}{5}$ tir.

Buna göre, üçünün de birer atış yapması sonucunda bu hedefin vurulma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Çözüm:

Hasan'ın hedefi vurmama olasılığı $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Yiğit'in hedefi vurmama olasılığı $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Burak'ın hedefi vurmama olasılığı $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ tir.

Buna göre, olaylar bağımsız olduğundan hedefin vurulmama olasılığı $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ tir.

O halde hedefin vurulma olasılığı, $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ olur.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 4 beyaz, 6 siyah, ikincisinde 2 beyaz, 5 siyah top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor.

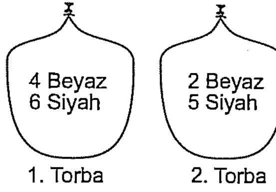
Bundan sonra ikinci torbadan rasgele bir top çekildiğinde bu çekilen topun beyaz olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{7}{20}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{1}{50}$

Çözüm:

1. Durum: Birinci torbadan çekilip, ikinci torbaya atılır ve 2. torbadan tekrar beyaz çekilir.

2. Durum: Birinci torbadan siyah çekilip, ikinci torbaya atılır ve 2. torbadan beyaz çekilir.



O halde $\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{8}+\frac{6}{10}\cdot\frac{2}{8}=\frac{24}{80}=\frac{3}{10}$ dur.

Doğru Cevap **D**'dir.

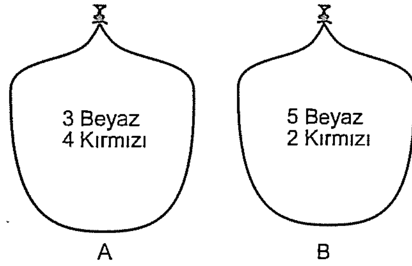
ÖRNEK

A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı, B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır. Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor ve öteki torbaya atılıyor.

Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{18}{49}$ B) $\frac{19}{49}$ C) $\frac{20}{49}$ D) $\frac{22}{49}$ E) $\frac{23}{49}$

Çözüm:

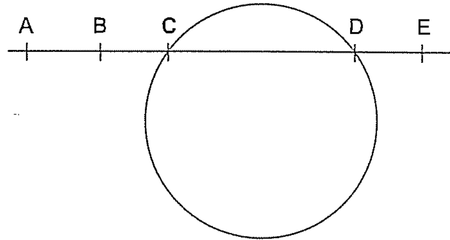


A dan çekilen top kırmızı ise, B den çekilenin de kırmızı veya A dan çekilen top beyaz ise B den çekilenin de beyaz olması gereklidir.

Bu durumda; $\frac{4}{7}\cdot\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{7}=\frac{23}{49}$ dur.

Doğru Cevap **E**'dir.

ÖRNEK



Şekilde A, B, C, D, E noktaları bir doğru ve ayrıca C, D noktaları bir çember üzerindedir.

Bu notalardan seçilecek olan herhangi iki noktadan <u>yalnız birinin</u> çembere ait olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{10}$

Çözüm:

A, B, C, D, E noktalarından iki nokta $\binom{5}{2}=\frac{5\cdot4}{2}=10$ farklı şekilde seçilir. O halde s(E)=10 dur. Seçilecek iki noktadan biri çemberin üzerinde, diğeri çemberin dışındadır. O halde;

s(A)= $\binom{2}{1}\binom{3}{1}=6$ dır. O halde olayın olasılığı $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ dir.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

Bir torbaya eşit sayıda kırmızı ve beyaz bilyeler konuluyor. Bu torbadan geri konulmamak üzere art arda çekilen iki bilyenin ikisinin de kırmızı olma olasılığı $\frac{8}{33}$ tür.

Buna göre, ilk durumda torbada kaç bilye vardır?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

Çözüm:

Torbada x tane kırmızı ve x tane beyaz bilye olsun. Seçilen iki bilyenin de kırmızı olma olasılığı

$\frac{x}{2x}\cdot\frac{x-1}{2x-1}=\frac{8}{33}\Rightarrow 33x-33=32x-16\Rightarrow x=17$

Buna göre, torbadaki bilye sayısı 2x = 2 · 17 = 34 tür.

Doğru Cevap **C**'dir.

NOT

P(A): Bir A olayının olma olasılığıdır.
P(A'): Bir A olayının olmama olasılığıdır.
S(A): A olayının kümesindeki eleman sayısıdır.
S(E): E örnek uzayının eleman sayısıdır.
Burada, $P(A)=\frac{s(A)}{s(E)}$ *ile bulunur.*

- $0 \le P(A) \le 1$
  P(A) = 0 ise imkansız olay
  P(A) = 1 ise kesin (mutlak) olay demektir.
- $P(A) + P(A') = 1$
- *A ve B, E örnek uzayına ait iki olay olsun.*
  A veya B olayının olasılığı
  $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ *ile bulunur.*
  A ile B ayrık olaylar ise
  $A\cap B = \emptyset$ *olacağından,* $P(A\cap B) = 0$ *ve*
  $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$ *olur.*
  A ve B bağımsız olaylar ise
  $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$ *dir.*
  $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A)\,.\,P(B)$ *olur..*

ÖRNEK

2010 - YGS

Bir torbada 2 kırmızı, 2 beyaz ve 1 sarı bilye vardır.

Torbadan rastgele 4 bilye alındığında torbada kalan bilyenin kırmızı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

Çözüm:

Çekilen bilyelerin 1 kırmızı, 2 beyaz ve 1 sarı olmaı gerekir. Bunun olasılığı;

$$P(A)=\frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{2}{2}\cdot\binom{1}{2}}{\binom{5}{4}}=\frac{2\cdot1\cdot1}{5}=\frac{2}{5} \text{ olur.}$$

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

2010 - LYS

A = {1, 2, 3, 4} ve B = {–2, –1, 0} olmak üzere AxB kartezyen çarpım kümesinden alınan herhangi bir (a, b) elemanı için a + b toplamının sıfır olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{2}{7}$

Çözüm:

A = {1, 2, 3, 4} B = {-2, -1, 0}

AxB = {1, 2, 3, 4} x {-2, -1, 0} kartezyen çarpımının elemanları:

(1, -2), (1, -1), (1, 0), (2, -2), (2, -1), (2, 0), (3, -2), (3, -1) (3, 0), (4, -2), (4, -1), (4, 0)

Kartezyen çarpımının eleman sayısı: 4 x 3 = 12

Tüm seçim sayısı : 4 x 3 = 12

$a + b = 0 \Rightarrow 1 - 1 = 0$ ve $2 - 2 = 0$

(1, -1), (2, -2)

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{\text{İstenen seçim sayısı}}{\text{Tüm seçim sayısı}}$$

İstenen seçim sayısı = 2 istenen olasılık = $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

2011 - YGS

Meriç'in elinde kırmızı ve beyaz renklerde toplam 10 top vardır. Meriç bu toptan iki torbaya herbir torbada en az bir kırmızı ve bir beyaz top olacak şekilde dağıtıldıktan sonra şunları söylüyor:

"Birinci torbada 3 kırmızı top vardır. Torbalardan rasgele birer top çekildiğinde topların ikisinde kırmızı olma olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.

Buna göre, ikinci torbada kaç beyaz top vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm:

I. torbadaki toplam top sayısı : x olsun.

II. torbadaki toplam top sayısı : 10 - x

I. torbadaki kırmızı top sayısı : 3

II. torbadaki kırmızı top sayısı : y olsun

I. torbadan kırmızı top çekme olasılığı : $\frac{3}{x}$

II. torbadan kızmızı top çekme olasılığı : $\frac{y}{10-x}$

I.ve II. torbadan çekilen topların ikisinde de kırmızı olma olasılığı $=\frac{1}{2}$ ise; $\frac{3}{x}\cdot\frac{y}{10-x}=\frac{1}{2}\Rightarrow 6y=x\cdot(10-x)$

I. torbadaki top sayısı : x = 6 ise

II. torbadaki top sayısı : 10 - x

II. torbadaki kırmızı top sayısı : y = 4 olduğuna göre, II. torbada beyaz top yoktur.

x = 4 için y = 4

I. torbadaki top sayısı : x = 4 ise

II. torbadaki top sayısı : 10 - x = 10 - 4 = 6 olur.

II. torbadaki kırmızı top sayısı : y = 4 olduğuna göre,

II. torbadaki beyaz top sayısı : 2 olur.

Doğru Cevap B'dir.

SİHİRLİ YAPRAK

OLASILIK

$$\text{OLASILIK} = \frac{\text{İstenilen durumun gerçekleşme sayısı}}{\text{Tüm durumun gerçekleşme sayısı}}$$

Bir olayın gerçekleşme olasılığı P(A) olsun.
$0 \leq P(A) \leq 1$

Bir A olayının gerçekleşme olasılığı P(A), aynı A olayının gerçekleşmeme olasılığı P(A') olsun.
$P(A) + P(A') = 1$

Bir A olayının gerçekleşme olasılığı P(A), B olayının gerçekleşme olasılığı P(B) olsun.
A veya B olayının gerçekleşme olasılığı
veya ... ve
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
ile bulunur.

OLASILIK

PARA

n adet madeni paranın havaya atılıp yazı-tura gelmesi durumlarının incelenmesinde tüm durum sayısı 2^n ile bulunur.

ZAR

n adet zarın havaya atılması durumunda tüm durum sayısı 6^n ile bulunur.

TORBA

n tane topun bulunduğu bir torbadan "aynı anda" 2 top çekilmesi durumunda tüm durum sayısı $\binom{n}{2}$ ile bulunur.

n tane topun bulunduğu bir torbadan çekilen top geri bırakılmaksızın "art arda" 2 top çekilmesi durumunda tüm durum sayısı $\binom{n}{1} \cdot \binom{n-1}{1}$ bulunur.

ETKİNLİK - 4

İlk sorudan başlayıp yolların doğru ya da yanlış olduğuna karar vererek, yönlendirici okları takip ediniz. Son olarak ulaştığınız çıkıştan çıkabilirsiniz.

$(a + 2b)^6$ açılımında ortanca terim $160\, a^3.b^3$ tür.

Doğru → 4 tane madeni 1 ₺ aynı anda atılıyor. Üç tanesinin yazı gelme olasılığı $\frac{1}{4}$ tür.

Yanlış → $\left(x + \frac{2}{x^3}\right)$ açılımında sabit terim 102 dir.

4 tane madeni 1 ₺ ... :

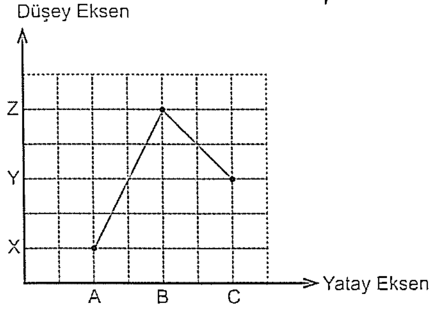
- Doğru → Bir çift zar atılıyor. Üst yüze gelen sayılar toplamı 8 ise çarpımlarının tek sayı olma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.
  - Doğru → 1. çıkış
  - Yanlış → 2. çıkış
- Yanlış → Bir torbada 14 tane kırmızı 6 tane mavi top vardır. Çekilen top kırmızı ise torbaya geri atılıyor, mavi ise çekilen top ile birlikte 4 kırmızı top daha torbaya atılıyor. Ard arda iki top çekildiğinde 2. topun mavi olma olasılığı $\frac{57}{200}$ tür.
  - Doğru → 3. çıkış
  - Yanlış → 4. çıkış

$\left(x + \frac{2}{x^3}\right)$ açılımında sabit terim ... :

- Doğru → Bir zarın bir yüzü yeşil, dört yüzü mavi ve bir yüzü de beyazdır. Ard arda 3 kez atıldığında her seferinde üst yüze farklı renklerin gelme olasılığı $\frac{1}{3}$ tür.
  - Doğru → 5. çıkış
  - Yanlış → 6. çıkış
- Yanlış → 4 çocuklu aileler arasında seçilen bir ailenin 2 çocuğunun kız diğer ikisinin erkek olma olasılığı $\frac{3}{8}$ dir.
  - Doğru → 7. çıkış
  - Yanlış → 8. çıkış

İSTATİSTİK

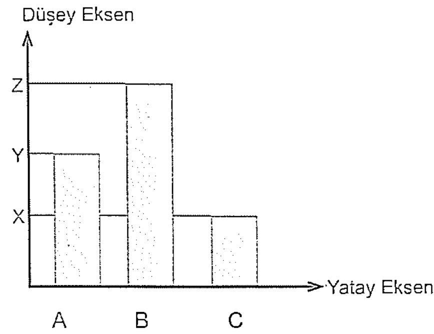
İstatiksel çalışmalar sonucu elde edilen verilerin çizgi, şekil, resim veya tablolar yardımıyla gösterilmesine grafik denir.



1. Çizgi Grafiği

Verilerin yatay ve düşey eksenlerdeki karşılıklarını gösteren noktaların birleştirilmesi sonucu oluşan grafiklerdir.

Şekildeki çizgi grafiğine göre yatay eksende verilen A, B, C durumları, düşey eksende sırasıyla X, Z ve Y durumlarına karşılık gelmektedir.



2. Sütun Grafiği

Verilerin, grafik çizgileri üzerinde sütun bloklarla gösterilmesi sonucu oluşan grafiklerdir.

Şekildeki sütun grafiğine göre yatay eksende verilen A, B, C durumları, düşey eksende sırasıyla Y, Z ve X durumlarına karşılık gelmektedir.

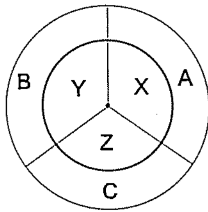
3. Daire Grafiği

Verilerin, daire dilimleriyle gösterilmesi sonucu oluşan grafiklerdir.

Daire grafiğinin tamamı,

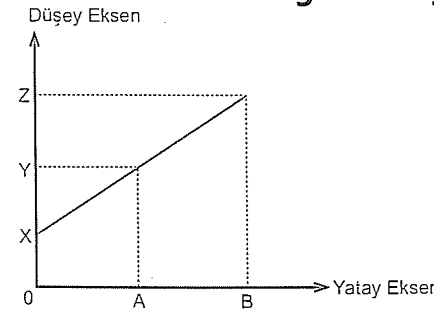
1. 360° ile ifade edilir.

2. Verilerin tamamını gösterir.



Bu nedenle daire grafiği sorularında, durumları gösteren daire dilimlerinin merkez açıları ile durumların, sayısal verileri arasında oran-orantı kurularak sonuca gidilir.

Şekildeki daire grafiğine göre A, B, C durumlarını gösteren daire dilimlerinin merkez açıları sırasıyla, X, Y ve Z dir. Burada, çemberin merkez açıları toplamı 360° olduğundan X + Y + Z = 360° dir.



4. Doğru Grafiği

Verilerin, grafik çizgileri üzerinde doğru ya da doğrularla gösterilmesi sonucu oluşan grafiklerdir.

Şekildeki doğru grafiğine göre yatay eksende verilen O, A ve B durumları düşey eksende sırasıyla X, Y ve Z durumlarına karşılık gelmektedir.

5. Tablo Grafiği

Verilerin, satır ve sütunlar yardımıyla tablo biçiminde gösterilmesi sonucu oluşan grafiklerdir.

Şekildeki tabloya göre;

	A	B
C	X	Y
D	Z	K

A durumu, X ya da Z

B durumu, Y ya da K

C durumu, X ya da Y

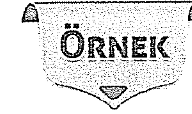
D durumu, Z ya da K

A ve C durumları, X

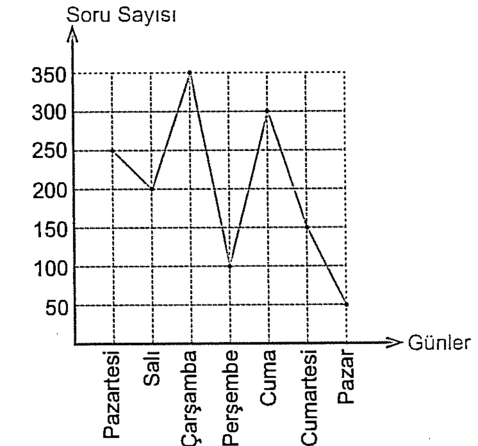
B ve C durumları, Y

A ve D durumları, Z

B ve D durumları, K verilerine karşılık gelmektedir.



Aşağıdaki grafikte Ahmet'in bir hafta boyunca çözdüğü soru sayısı gösterilmiştir.



Buna göre, Ahmet bu bir haftada günlük ortalama kaç soru çözmüştür?

A) 200 B) 160 C) 140 D) 120 E) 100

Çözüm:

Grafikteki bilgilere göre Ahmet;

Pazartesi	250 soru	Salı	200 soru
Çarşamba	350 soru	Perşembe	100 soru
Cuma	300 soru	Cumartesi	150 soru
Pazar	50 soru çözmüştür.		

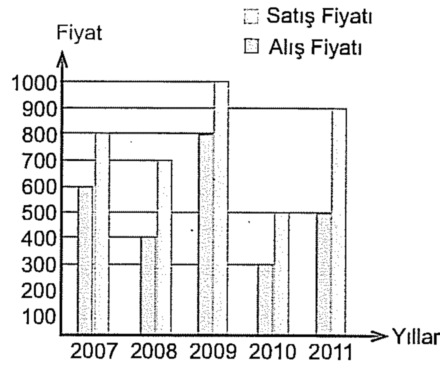
Bu durumda çözdüğü toplam soru sayısı;

250 + 200 + 350 + 100 + 300 + 150 + 50 = 1400 dür.

Sonuç olarak, Ahmet bu bir hafta boyunca günlük ortalama $\frac{1400}{7} = 200$ soru çözmüştür.

Doğru Cevap A'dır.

Grafikten sonraki üç örneği aşağıdaki grafiğe göre çözünüz.



ÖRNEK

Grafik, bir işletmenin 2007 - 2011 yıllarını kapsayan dönemde alıp sattığı bir malın birim alış ve satış fiyatlarını göstermektedir.

İşletme 2011 yılında yüzde kaç kar etmiştir?

A) 80 B) 75 C) 70 D) 65 E) 60

Çözüm:

Grafiğe göre 2011 yılında bu malın alış fiyatı 500 TL, satış fiyatı 900 TL'dir.

Kar = Satış fiyatı - Alış fiyatı

olduğundan işletmenin bu maldan 2011 yılında yaptığı kar miktarı

900 - 500 = 400 TL dir. Kar - zarar aksi belirtilmedikçe alış fiyatı üzerinden hesaplanır. Malın kar yüzdesine x diyelim.

$$400 = 500 \cdot \frac{x}{100}$$

x = 80 bulunur.

Doğru Cevap A'dır.

ÖRNEK

Bir birim malın 2008 yılı satış fiyatı, 2007 yılı satış fiyatına göre yüzde kaç azalmıştır?

A) 10 B) 12,5 C) 15 D) 17,5 E) 20

Çözüm:

Grafiğe göre bir birim malın 2008 yılı satış fiyatı 700 TL, 2007 yılı satış fiyatı 800 TL'dir. Yani malın satış fiyatı 2008 yılında 2007 yılına göre 800-700=100 TL azalmıştır. Malın satış fiyatındaki azalma yüzdesine x diyelim.

$$100 = 800 \cdot \frac{x}{100}$$

$x = 12,5$ bulunur.

Doğru Cevap B'dir.

ÖRNEK

İşletme 2010 yılında bu maldan 50 birim alıp hepsini satmıştır.

Bu satıştan elde edilen karın tümüyle 2009 yılı fiyatından kaç mal alınabilirdi?

A) 7,5 B) 10 C) 12,5 D) 15 E) 20

Çözüm:

Grafiğe göre 2010 yılında 1 birim malın alış fiyatı 300 TL satış fiyatı 500 TL dir. O halde 2010 yılında 1 birim maldan elde edilen kar

500 - 300 = 200 TL

50 birim maldan elde edilen kar 50 x 200 = 10.000 TL olacaktır.

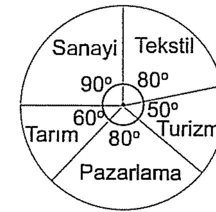
1 birim malın 2009 yılı alış fiyatı 800 TL olduğundan, 2010 yılında 50 birim maldan elde edilen

10.000 TL karın tümüyle $\frac{10000}{800} = 12,5$ birim mal alınabilir

Doğru Cevap C'dir.

Aşağıdaki 3 örneği bu grafiğe göre çözünüz.

Aşağıdaki daire grafiği, bir kasabadaki insanların çalıştıkları alanların dağılımını göstermektedir.



ÖRNEK

Kasabanın nüfusu 8640 ise bu kasabada pazarlama alanında çalışan kaç kişi vardır?

A) 1820 B) 1870 C) 1920 D) 1970 E) 2080

Çözüm:

Daire grafiğinin tamamı;

1. 360° ile ifade edilir.
2. Bu soru için kasabanın nüfusunu göstermektedir.

O halde 8640 olan kasabanın nüfusu 360° ile gösterilir. Grafikte 80° ile gösterilen pazarlama alanında çalışanların sayısına x diyelim.

8640 kişi — 360° ile gösteriliyorsa

x kişi — 80° ile gösterilir

$x \cdot 360 = 80 \cdot 8640$

$x = 1920$

Doğru Cevap C'dir.

ÖRNEK

Grafiğe göre, kasabada tekstil ile uğraşan kişi sayısı, turizm ile uğraşan kişi sayısından 1080 fazla ise bu kasabada turizm ile uğraşan kişi sayısı kaçtır?

A) 900 B) 1200 C) 1500 D) 1800 E) 2100

Çözüm:

Kasabada turizm ile uğraşan kişi sayısına x diyelim. Tekstil ile uğraşan kişi sayısı, turizm ile uğraşan kişi sayısından 1080 fazla olduğuna göre tekstil ile uğraşan kişi sayısı x + 1080 olacaktır.

Grafikte Turizm: 50^0

Tekstil : 80^0 ile gösterildiğinden

x kişi — 50° ile gösteriliyorsa

x + 1080 kişi — 80° ile gösterilir

$x \cdot 80 = 50 \cdot (x + 1080)$

$8x = 5x + 5400$

$3x = 5400$

$x = 1800$ bulunur.

Doğru Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

Grafiğe göre, kasabada pazarlama ve sanayi ile uğraşan kişi sayısı toplam 340 ise tarım ile uğraşan kişi sayısı kaçtır?

A) 100 B) 120 C) 140 D) 160 E) 180

Çözüm:

Grafikte;

Pazarlama:80°

Sanayi: 90°

Tarım: 60°

ile gösterilmiştir. Burada pazarlama ve sanayi ile uğraşan kişi sayısı ise

80 + 90 = 170° ile gösterilmiştir.

Kasabada tarım ile uğraşan kişi sayısına x diyelim.

Pazarlama ve sanayi ile uğraşan kişi sayısı 340 olduğundan

340 kişi — 170° ile gösteriliyorsa

x kişi — 60° ile gösterilir

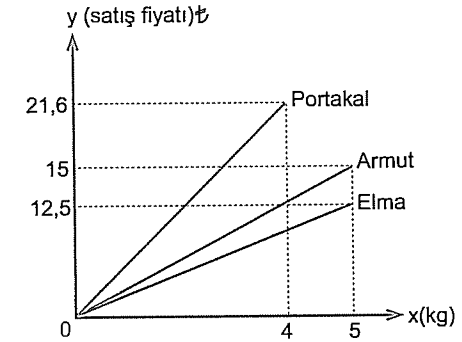
$x \cdot 170 = 60 \cdot 340$

$x = 120$ bulunur.

Doğru Cevap **B**'dir.

ÖRNEK

Aşağıdaki grafik bir manavda satılan elma, armut ve portakalın satış fiyatlarını göstermektedir.



Buna göre alışverişte 5 kg portakal 2 kg elma ve 3 kg armut alan bir kişi kaç ₺ öder?

A) 25,5 B) 27,5 C) 32,5 D) 37,5 E) 41

Çözüm:

Grafiğe göre;

4 kg portakalın satış fiyatı 21,6 ₺ ise

1 kg portakalın satış fiyatı $\frac{21,6}{4}$ ₺ = 5,4 ₺ olur.

5 kg elmanın satış fiyatı 12,5 ₺ ise

1 kg elmanın satış fiyatı $\frac{12,5}{5}$ ₺ = 2,5 ₺ olur.

5 kg armutun satış fiyatı 15 ₺ ise

1 kg armutun satış fiyatı $\frac{15}{5}$ ₺ = 3 ₺ olur.

O halde 5 kg portakal, 2 kg elma ve 3 kg armut alan bir kişi

$5 \cdot (5,4) + 2 \cdot (2,5) + 3 \cdot (3) = 41$ ₺ öder.

Doğru Cevap **E**'dir.

Tablodan sonraki 3 örneği bu tabloya göre çözünüz.

Aşağıda tablo, bir öğrencinin Matematik, Türkçe, İngilizce ve Kimya derslerinin sınavlarındaki sorularda doğru, yanlış ve boş sayılarını göstermektedir.

Dersler \ Sayılar	Doğru Sayısı	Yanlış Sayısı	Boş Sayısı
Matematik	17	4	4
Türkçe	13	8	4
İngilizce	13	10	2
Kimya	19	4	2

ÖRNEK

Tablodaki bilgilere göre bu öğrenci matematik sorularının yüzde kaçını doğru cevaplamıştır?

A) 50 B) 54 C) 58 D) 64 E) 68

Çözüm:

Tabloya göre öğrencinin matematik sınavındaki;

Doğru sayısı: 17 Yanlış sayısı: 4 Boş sayısı: 5 olduğundan, matematik sınavındaki soru sayısı 17 + 4 + 4 = 25 tir. Öğrenci matematik sorularının %x ini doğru cevaplamış olsun. O hale;

$17 = 25 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow x = 68$ bulunur.

Doğru Cevap E'dir.

ÖRNEK

Sınavlarda dört yanlışın bir doğruyu götürdüğü bilindiğine göre öğrencinin kimya neti İngilizce netinden kaç fazladır?

A) 2,5 B) 5 C) 7,5 D) 10 E) 15

Çözüm:

Sınavlarda dört yanlışın bir doğruyu götürdüğü bilindiğine göre;

$\text{Net sayısı} = \text{Doğru sayısı} - \frac{\text{Yanlış sayısı}}{4}$ olacaktır.

Kimya sınavındaki; Doğru sayısı: 19 Yanlış sayısı: 4

Kimya neti: $19 - \frac{4}{4} = 19 - 1 = 18$ dir.

İngilizce sınavındaki; Doğru sayısı: 13 Yanlış sayısı: 10

İngilizce neti: $13 - \frac{10}{4} = 13 - \frac{5}{2} = 13 - 2{,}5 = 10{,}5$ dir.

Sonuç olarak, kimya neti, İngilizce netinden, 18 - 10,5 = 7,5 fazladır.

Doğru Cevap **C**'dir.

ÖRNEK

Öğrenciye sınavdaki her doğru cevabı için 3 puan verilmekte, öğrencinin her yanlış cevabı için 1 puanı silinmektedir.

Buna göre, bu öğrenci Türkçe sınavından kaç puan almıştır?

A) 28 B) 31 C) 34 D) 37 E) 40

Çözüm:

Tabloya göre, öğrencinin Türkçe sınavındaki;

Türkçe sınavındaki; Doğru sayısı: 13 Yanlış sayısı : 8 dir.

Öğrenciye yaptığı her doğru cevap için 3 puan verilip, öğrencinin her yanlış cevabı için 1 puanı silindiğinden aldığı puanı

Puan = (Doğru sayısı)·3 – (Yanlış sayısı)·1 = 13·3 – 8·1 = 39 – 8 = 31 olur.

Doğru Cevap **B**'dir.

Histogram

Verileri belirli bir genişliğe sahip veri grupları içine dahil edip bu gruplardaki verilerin sayılarının kullanılması ile oluşturulan sütün grafiklerine histogram denir.

Bir histogramın çizilebilmesi için aşağıdaki yöntemler sırasıyla izlenir.

- Veri açıklığı belirlenir (Veri açıklığı belirlenirken, en büyük değerden, en küçük değer çıkartılır).
- Açıklık, verilen grup sayısına bölünür ve bölüme en yakın büyük tek sayı veri grubunun genişliği olarak alınır.
- Histogram çizilir.

✓ Nüfus yoğunluğunun yaş aralıklarına göre dağılımı

✓ Bir ailenin 12 ay boyunca kullandığı elektrik

✓ Bir sınıftaki öğrencilerin not dağılımı grafiği

✓ Ülkemizde hangi yaş aralıklarının internet başında ne kadar zaman geçirdikleri ve daha nice örnekler histogram için veri oluşturur.

ÖRNEK

Bir sınıftaki 16 öğrencinin giydikleri, ayakkabı numaralarına bakılmış ve aşağıdaki ölçümler elde edilmiştir.

36, 37, 38, 39, 41, 38, 42, 44, 36, 39, 40, 41, 44, 44, 40, 44

Bu verilere ait 3 grup oluşturarak histogram yapalım.

Çözüm:

Öncelikle veri açıklığı hesap edilir.

Veri açıklığı = En büyük değer – En küçük değer

$= 44 - 36 = 8$

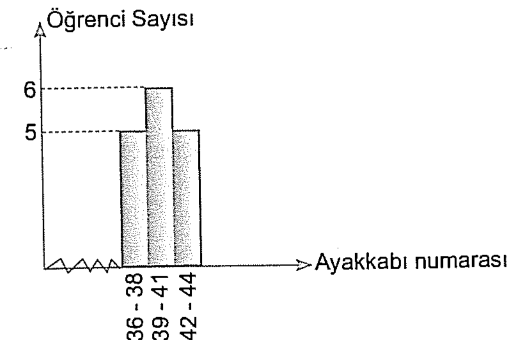
$\frac{8}{3} = 2{,}\overline{6}$ (en yakın ve büyük tek sayıya yuvarlanırsa sayı 3 tür. Yani grupların genişliği 3 alınır.)

Verileri sıralarsak,

36,36,37,38,38,39, 39,40,40,41,41,42,44,44,44,44

36 - 38 | 39 - 41 | 42 - 44

şimdi bunları bir histogramda gösterelim.



ÖRNEK

Bir doktorun 30 günlük bir zaman diliminde her gün baktığı hasta sayısı aşağıda verilmiştir.

15, 12, 14, 13, 21, 16, 12, 9, 18, 21, 16, 24, 24, 30, 32, 28, 14, 15, 12, 10, 8, 9, 11, 13, 16, 17, 19, 32, 33, 34

Bu verileri 9 gruplu bir histogramda gösterelim.

Çözüm:

Öncelikle veri açıklığı hesap edilir.

Veri açıklığı = En büyük değer – En küçük değer

= 34 – 8 = 26

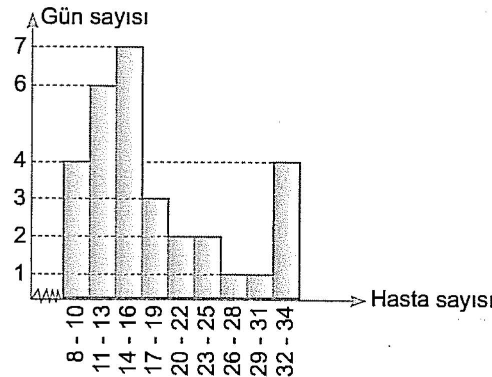
$\frac{26}{9} = 2,\overline{8}$ (en yakın ve büyük tek sayıya yuvarlanırsa sayı 3 tür. Yani grupların genişliği 3 alınır.)

Verileri sıralarsak,

$\underbrace{8, 9, 9, 10}_{8-10}, \underbrace{11, 12, 12, 12, 13, 13}_{11-13}, \underbrace{14, 14, 15, 15, 16, 16, 16}_{14-16}, \underbrace{17, 18, 19}_{17-19}$

$\underbrace{21, 21}_{20-22}, \underbrace{24, 24}_{23-25}, \underbrace{28}_{26-28}, \underbrace{30}_{29-31}, \underbrace{32, 32, 33, 34}_{32-34}$

şimdi bunları bir histogramda gösterelim.



Merkezi Eğilim (Yığılma) Ölçüleri

Mod (Tepe Değer)

Bir veri dizisinde en çok tekrar eden değere tepe değeri (mod) denir.

En kolay hesaplanabilen merkezi eğilim ölçüsüdür.

Hiç bir işlem gerektirmez.

ÖRNEK

Bir sınıftaki 15 öğrencinin matematik dersinden aldıkları notlar aşağıda verilmiştir.

1, 2, 3, 4, 3, 4, 1, 2, 4, 2, 2, 3, 5, 1, 2

Buna göre, bu sayı dizisinin modu kaçtır?

Çözüm:

Mod en sık tekrarlanan değerdir. Dolayısıyla en çok tekrarlanan değer 2 dir.

Veri dağılımında en fazla tekrarlanan değer ardışık iki değer ise mod bu iki değerin aritmetik ortalamasıdır.

NOT

Veri dağılımında en çok tekrar eden ardışık ikiden fazla veri, eşit sayıda ve diğerlerine göre daha çok tekrar etmişse bu durumda mod, ardışık verilerin ortalamasıdır.

ÖRNEK

1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6

şeklinde verilen bir sayı dizinin modu kaçtır?

Çözüm:

3 ve 4 değerleri en çok tekrar eden ardışık iki değerdir.

3 ve 4 sayılarının ortalaması 3,5 tir.

ÖRNEK

3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7

şeklinde verilen bir sayı dizinin modu kaçtır?

Çözüm:

En çok tekrar eden 5, 6, 7 değerleridir.

Bunların aritmetik ortalaması: $\frac{5+6+7}{3} = 6$ dır.

NOT

Bir veri dağılımında aynı sayıda fakat ardışık olmayan birden fazla değer varsa mod bu değerlerin herbiridir.

ÖRNEK

2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7

şeklinde verilen bir sayı dizinin modu kaçtır?

Çözüm:

Sayı dizisinde en fazla ve eşit sayıda tekrar eden 3 ve 6 rakamlarıdır.

Dolayısıyla mod 3 ve 6 dır. Bu sayı dizisi iki modlu bir dizidir.

ÖRNEK

1, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7

şeklinde verilen bir sayı dizinin modu kaçtır?

Çözüm:

Sayı dizisinde en fazla ve eşit sayıda tekrar eden 3 değer vardır. 5, 6 ve 7 değerleri ardışık olduğundan bunların modu aritmetik ortalamasıdır. Yani, 6 dır. Dağılımın modu ise 3 ve 6 dır. Bu dağılım iki modlu bir dağılımdır.

ÖRNEK

Bir sınıftaki öğrencilerin Matematik ve Türkçe derslerinden aldıkları notlar tabloda verilmiştir.

Türkçe	
Aldığı not	Kişi sayısı
100	2
90	6
80	2
75	6
70	4

Matematik	
Aldığı not	Kişi sayısı
100	2
80	5
70	4
60	3
50	6

Buna göre, bu derslere ait not dağılımlarının modu kaçtır?

Çözüm:

Matematik dersi için mod 50 dir. Çünkü 50 alan kişi sayısı en çoktur.

Türkçe dersi için, 90 ve 75 notları en fazla ve eşit sayıda alındığından iki modlu bir dizidir.

Kişi sayısı 90 ve 75 notlarında vardır. Dolayısıyla mod bunların aritmetik ortalamasıdır.

NOT

Gruplandırılmış dağılımlarda mod bulunurken en çok tekrarlanan değere sahip olan aralığın orta noktası alınır.

ÖRNEK

Aldığı not	Kişi sayısı
1 - 7	3
8 - 14	5
15 - 21	6
22 - 28	4
29 - 35	2
36 - 42	3

Tabloda verilen ifadelerin modu kaçtır?

Çözüm:

Tabloda verilen puan aralığındaki öğrenci sayılarına ait dağılımda mod en çok kişinin yer aldığı 15 – 21 aralığının orta noktasıdır. Yani,

$$\text{mod} = \frac{15 + 21}{2} = 18 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

Fiyat aralığı (Bin TL)	Kişi sayısı
50 - 56	12
57 - 63	10
64 - 70	15
71 - 77	11
78 - 84	9
85 - 91	8
92 - 98	13

Tabloda bir firmanın sattığı ve fiyat aralığı verilen araçlara, kişilerin gösterdikleri talepler verilmiştir.

Buna göre, tabloda verilen değerlerin modu kaçtır?

Çözüm:

En çok talep 15 kişi sayısıyla 64 – 70 aralığındadır.

Aralık olarak verilenlerde mod hesaplanırken aralığın orta noktası alınır.

64 – 70 aralığının orta noktası 67 dir.

Yani, mod 67 bulunur.

NOT

Bir dizide bütün veriler eşitse bu dağılımın modu yoktur denir.

Medyan (Ortanca)

Bir dizide yer alan verilerin büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe sıralanmasından sonra bu verilerin tam ortasında yer alan değere ortanca ya da medyan denir.

Veri sayısı tek olduğunda medyanın bulunuşu:

Veri sayısı n ve n bir tek sayı olsun.

$$\text{Ortanca} = \frac{n + 1}{2} \cdot \text{terimdir.}$$

ÖRNEK

Bir öğrencinin 7 sınavdan aldığı notlar; 25, 15, 30, 45, 65, 35, 70 olsun.

Buna göre, ortanca terim kaçtır?

Çözüm:

Terimleri küçükten büyüğe doğru sıraladığımızda;

15, 25, 30, 35, 45, 65, 70

7+1

$$\text{Ortanca } \frac{7 + 1}{2} = 4. \text{ terimdir. Yani 35 tir.}$$

ÖRNEK

Şekilde A,B,C basketçilerinin 7 maçta attıkları sayılar verilmiştir.

	A	B	C
	9	10	13
	15	11	15
	12	12	14
	13	10	12
	15	10	11
	9	12	12
	12	13	13
Ortanca	x	y	z

Buna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

Çözüm:

A, B ve C basketbolcularına ait veriler küçükten büyüğe doğru sıralandığında;

A: 9, 9, 12, $\underbrace{12}_{x}$, 13, 15, 15

B: 10,10,10,$\underbrace{11}_{y}$,12,12,13

C: 11,12,12,$\underbrace{13}_{z}$,13,14,15

x + y + z = 12 + 11 + 13 = 36 olur.

Veri sayısı çift olduğunda medyanın bulunması:

Ortanca, veriler sıralandığında ortada yer alan iki verinin orta noktasıdır.

Bunun için aşağıdaki işlemler yapılır.

- ✓ Öncelikle toplam veri sayısının yarısı alınır.
- ✓ Daha sonra toplam veri sayısının yarısının 1 fazlası alınır.
- ✓ Veriler içerisinde bunlara ait olan değerlerin ortalaması ortancayı verir.

ÖRNEK

Rize ilinin ağustos ayı içerisinde 10 günlük hava sıcaklıkları aşağıda verilmiştir.

24, 23, 30, 33, 28, 24, 26, 30, 31, 19

Buna göre, ortanca kaçtır?

Çözüm:

Veriler küçükten büyüğe yazılırsa;

19, 23, 24, 24, $\underbrace{26}_{\text{5. terim}}$, $\underbrace{28}_{\text{6. terim}}$, 30, 30, 31, 33

- $\frac{10}{2} = 5.$ terim
- $\frac{10}{2} + 1 = 6.$terim

5. ve 6. terimin ortalaması $\frac{26+28}{2} = 27$ yani ortanca 27 dir.

Aritmetik Ortalama

Verilerin toplanıp veri sayısına bölünmesi ile elde edilen değerdir. Aritmetik ortalama merkezi eğilim ölçüleri içerisinde en istikrarlı olanıdır.

$x_1, x_2, \dots x_n$ gibi n tane sayısının aritmetik ortalaması,

Ortalama = $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{3}$ şeklinde bulunur.

ÖRNEK

Şekilde bir sınıftaki öğrencilerin boyları verilmiştir.

Boy (cm)	Kişi sayısı
160	5
165	6
170	4
175	4
180	6
185	2

Buna göre, bu sınıfın boy ortalaması kaçtır?

Çözüm:

800 990 680 700 1080 370

Ort.= $\frac{160x5 + 165x6 + 170x4 + 175x4 + 180x6 + 185x2}{27} = \frac{4620}{27} \cong 171{,}1$

Bunu anlamlı sayıya yuvarlarsak sınıfın boy ortalaması 171 cm olur.

Merkezi Dağılım (Yayılma) Ölçüleri

Yayılma ölçüleri ranj (açıklık), alt çeyrek, üst çeyrek, çeyrekler açıklığı standart sapma gibi değerlerdir.

Yayılma ölçüleri ölçümlerin homojen ya da heterojenliğini, ortalamadan ne kadar uzaklara yayıldığını gösterir.

Ranj (Açıklık)

Verilen dizide en büyük değer ile en küçük değer arasındaki açıklık ya da farktır. Bir veri grubunda ranja bakılarak aşağıdaki yorumlar yapılabilir.

- Ranjın büyük çıkması grubun homojen olmadığını, öğrenme düzeyleri arasındaki farkın çok olduğunu söyler. Bilen öğrenciyle bilmeyen öğrencinin ayırdedildiği bir test olduğunu söyler.
- Ranjın küçük çıkması grubun homojen olduğunu, öğrencilerin öğrenme düzeyleri arasındaki farklılıkların az olduğunu söyler ve bilen öğrenciyle bilmeyen öğrencinin ayırt edilemediği bir test olduğunu söyler.

Bir veri grubunda ranj büyüdükçe standart sapma da büyür.

ÖRNEK

15 öğrencinin bir sınavdan aldığı notlar aşağıdaki gibidir.

50, 55, 60, 50, 45, 40, 55, 65, 35, 50, 65, 70, 60, 50, 45

Bu sayı dizisinin ranjı (açıklığı) kaçtır?

Çözüm:

En büyük değer: 70

En küçük değer: 35 dir. O halde Ranj (açıklık) = 70 – 35 = 35 tir.

ÖRNEK

Soru / Öğrenci	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1	0	2	2	1	1	1	0	2	1
B	2	1	0	0	1	1	1	2	1	1
C	1	1	2	1	1	2	1	0	1	1
D	1	2	1	0	1	1	1	1	2	1
E	1	1	1	1	0	1	2	1	1	1
F	2	1	2	1	1	0	2	2	1	1
G	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1

Tabloda 7 öğrencinin 10 soruluk bir sınavda sorulara verdiği cevaplarda aldıkları puanlar verilmektedir.

Buna göre, öğrencilerin bu sınavdan aldıkları puanların genişliği kaçtır?

Çözüm:

A → 11

B → 10

C → 11

D → 11

E → 10

F → 13

G → 12

En büyük değer 13
En küçük değer 10 } Ranj (açıklık) = 13 – 10 = 3 tür.

Alt Çeyrek, Üst Çeyrek, Çeyrekler Açıklığı

Veriler küçükten büyüğe sıralandığında ortanca veri alt grup ve üst grup olmak üzere grubu ikiye ayırır. Alt grubun ortasındaki değere alt çeyrek, üst grubun ortasındaki değere de üst çeyrek denir.

Alt çeyrek ve üst çeyrek değerlerin arasındaki farka çeyrekler açıklığı denir.

ÖRNEK

Bir dersin sınavına girmiş 15 öğrencinin aldığı puanlar aşağıdaki gibidir.

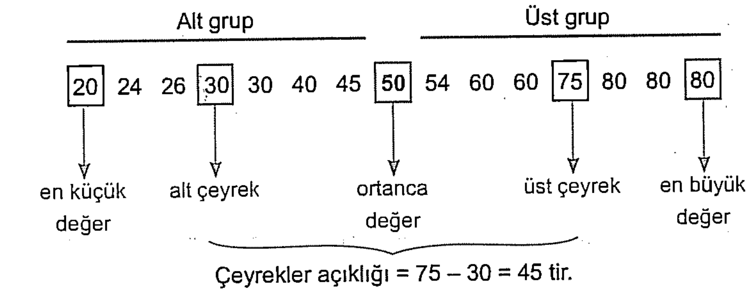
20 24 26 30 30 40 45 50 54 60 60 75 80 80 80

Buna göre, bu dağılımın, açıklığını, alt çeyreğini, üst çeyreğini ve çeyrekler aralığını bulunuz.

Çözüm:

Ranj (açıklık) = En büyük değer – En küçük değer = 80 – 20 = 60 tır.

Açıklığın büyük çıkması grubun homojen olmadığını ve testin ayırdediciliğinin iyi olduğunu, bilenle bilmeyenin ayırdedildiğini söyler.



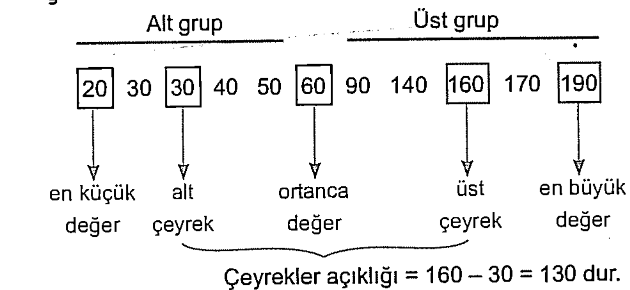
ÖRNEK

Ali Usta'nın bazı günlerde kazandığı paraların miktarları 20, 40, 60, 30, 90, 140, 160, 170, 190, 30, 50 ₺ şeklindedir.

Bu dağılımın,

- açıklığını,
- alt ve üst çeyreğini,
- çeyrekler açıklığını bulunuz.

Çözüm:



Açıklık = 190 – 20 = 170

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $\left(6x^3 + \frac{1}{2x^2}\right)^5$

ifadesinin açılımda sabit terim kaçtır?

A) $\frac{9}{2}$ B) 9 C) 10 D) 36 E) 45

2. $(2x - y)^8$

ifadesinin açılımında ortadaki terimin katsayısı kaçtır?

A) 720 B) 880 C) 1020 D) 1120 E) 1250

3. **Bir A olayının olma olasılığı aşağıdakilerden hangisi olamaz?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{11}{10}$ E) $\frac{7}{9}$

4. **Bir çift zar atılıyor. Üste gelen sayıların toplamının 9 dan büyük olma olasılığı nedir?**

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{36}$ C) $\frac{7}{36}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{12}$

5. Bir torbada 3 mavi, 7 sarı top vardır. Torbadan arka arkaya 2 top çekiliyor.

Çekilen top tekrar yerine konduğuna göre birincisinin sarı, ikincisinin mavi top çekilmiş olma olasılığı nedir?

A) $\frac{21}{100}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{63}{100}$ E) $\frac{21}{100}$

6. İkisi kardeş olan 10 kişi yuvarlak bir masa etrafında oturuyor.

Buna göre, kardeşlerin yan yana oturma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{5}{9}$

7. A ve B iki olay olsun;

$P(A) = \frac{3}{7}$ $P(B) = \frac{1}{3}$ ve $P(A \cap B) = \frac{1}{7}$ olduğuna göre $P(A \cup B)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{19}{21}$ C) $\frac{16}{21}$ D) $\frac{13}{21}$ E) $\frac{11}{21}$

8. Bir sepette 12 tane yumurta vardır. Bunların 4 tanesi çatlaktır. Rastgele 2 tane yumurta çekiliyor.

Her ikisinin de sağlam olma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{21}$ D) $\frac{14}{33}$ E) $\frac{19}{35}$

9. Bir torbada 4 mavi, 2 kırmızı top vardır.

Geri atılmamak üzere rastgele seçilen 2 topun birincisinin mavi ikincisinin kırmızı olma olasılığı nedir?

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

10. Bir çift zar ile 2 madeni para birlikte atılıyor.

Zarların üste gelen sayılarının toplamı 11 ve paraların en fazla birisinin tura gelme olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{24}$ D) $\frac{1}{48}$ E) $\frac{1}{72}$

11. **$(x - 3y)^5$ ifadesinin açılımında katsayılar toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –32 B) –16 C) –2 D) 16 E) 32

12. **Hilesiz bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 3 ten küçük olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

13. Bir torbada 4 beyaz, 4 kırmızı bilye vardır.

Torbadan rastgele çekilen bir bilyenin kırmızı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

14. Bir torbada bulunan 3 beyaz, 4 mavi ve 4 siyah toptan rastgele iki tanesi çekiliyor.

Buna göre, iki topun da aynı renk olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{3}{11}$ E) $\frac{1}{10}$

15. Bir torbada 3 beyaz, 2 mavi ve 5 sarı top vardır.

Torbadan rastgele alınan bir topun mavi veya beyaz olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{10}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

16. Bir grupta 5 mühendis, 7 mimar ve 4 öğretmen vardır.

Bu gruptan rastgele seçilen iki kişiden birinin öğretmen diğerinin mühendis olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{16}$ E) $\frac{5}{8}$

ÇÖZÜMLER

1. Açılımda sabit terim;

$\binom{5}{3}\cdot(6x^3)^2\cdot\left(\frac{1}{2x^2}\right)^3$ ifadesinden gelir.

$10 \,.\, 36 \,.\, x^6 \,.\, \frac{1}{8x^6} = 45$

Doğru Cevap **E**'dir.

2. $(2x-y)^8$ ortanca terim;

$\binom{8}{4}\cdot(2x)^4\cdot(-y)^4 = 70 \,.\, 16x^4 \,.\, y^4$

$= 1120\, x^4\, y^4$

Doğru Cevap **D**'dir.

3. Bir olayın olma olasılığı 1 den büyük olamaz.

Doğru Cevap **D**'dir.

4. Evrensel küme $6^2 = 36$ elemanlı;

İstenilen olayın elemanları: {{4, 6}, {5, 5}, {5, 6}, {6, 4}, {6, 5}, {6, 6}} dır. Yani 6 elemanlıdır.

$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Doğru Cevap **A**'dır.

5. Sarı top çekilme ihtimali $\frac{7}{10}$ ikinci olarak mavi çekme ihtimali;

$\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{10} = \frac{21}{100}$

Doğru Cevap **A**'dir.

6. Evrensel küme 10 kişi yuvarlak masaya 9!. Aranan küme iki kardeş yan yana;8! . 2

$\frac{8!\cdot 2}{9!} = \frac{2}{9}$

Doğru Cevap **B**'dir.

7. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{3}{7} + \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{13}{21}$

Doğru Cevap **D**'dir.

8. İlk çekilen sağlam olma olasılığı $\frac{8}{12}$ ikinci çekilen sağlam olma olasılığı $\frac{7}{11}$

$\frac{8}{12}\cdot\frac{7}{11} = \frac{14}{33}$

Doğru Cevap **D**'dir.

9. Mavi çekme olasılığı $\frac{4}{6}$, kırmızı çekme olasılığı $\frac{2}{5}$

$\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

Doğru Cevap **C**'dir.

10. Paraların en fazla birisinin tura gelme olasılığı $\frac{3}{4}$ olur.

Zarın toplamının 11 olma olasılığı $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ olur.

$\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{18} = \frac{1}{24}$

Doğru Cevap **C**'dir.

11. $x = 1,\ y = 1 \Rightarrow (1 - 3\,.\,1)^5 = (-2)^5 = -32$

Doğru Cevap **A**'dır.

12. 1, 2, 3, 4, 5, 6

A: Zarın 3 ten küçük gelme olayı

$\left.\begin{matrix} s(A) = 2 \\ s(E) = 6 \end{matrix}\right\} P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Doğru Cevap **B**'dir.

13. Kırmızı bilyeler 4, tüm bilyeler 8 adet olduğundan çekilen bir bilyenin kırmızı gelme olasılığı;

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ olur.

Doğru Cevap **C**'dir.

14. İki topun da beyaz olma olasılığı;

$\frac{C(3,2)}{C(11,2)} = \frac{3}{\frac{11\cdot 10}{2}} = \frac{6}{110}$

İki topun da mavi olma olasılığı;

$\frac{C(4,2)}{C(11,2)} = \frac{\frac{4\cdot 3}{2}}{\frac{11\cdot 10}{2}} = \frac{12}{110}$

İki topun da siyah olma olasılığı;

$\frac{C(4,2)}{C(11,2)} = \frac{12}{110}$

$\frac{6}{110} + \frac{12}{110} + \frac{12}{110} = \frac{30}{110} = \frac{3}{11}$

Doğru Cevap **D**'dir.

15. Bir topun mavi veya beyaz olma olasılığı, sarı olmama olasılığına eşittir.

$P(S') = 1 - P(S)$

$= 1 - \frac{5}{3+2+5} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Doğru Cevap **C**'dir.

16. 4 öğretmenden 1 ini seçme olaylarının sayısı; C(4,1)

5 mühendisten 1 ini seçme olaylarının sayısı; C(5,1)

16 kişiden 2 sini seçme olaylarının sayısı; C(16,2)

$P(ÖM) = \frac{C(4,1)\cdot C(5,1)}{C(16,2)} = \frac{4\cdot 5}{\frac{16\cdot 15}{2}} = \frac{4\cdot 5\cdot 2}{16\cdot 15} = \frac{1}{6}$

Doğru Cevap **A**'dir.

TEST 1

1. $(2x-3y^2)^4$

ifadesinin açılımında terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 25 D) 125 E) 625

2. $\left(a-1+\dfrac{1}{a}\right)^5$

ifadesinin açılımında a^3 lü terim katsayısı nedir?

A) 5 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

3. **Bir zar atılıyor üst yüze gelen sayının 2 veya 5 olma olasılığı nedir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

4. Bir sınıfta 14 erkek, 18 kız öğrenci vardır.

Rasgele seçilen bir öğrencinin kız olma olasılığı nedir?

A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{1}{18}$ E) $\frac{17}{32}$

5. 6 erkek, 2 kız öğrencinin bulunduğu bir gruptan 3 kişilik bir ekip seçilecektir.

Ekibin tüm elemanlarının erkek olma olasılığı nedir?

A) $\frac{5}{7}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{5}{14}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{2}{7}$

6. İki torbadan birincisinde 2 sarı, 3 mavi, ikincisinde 3 sarı, 4 mavi top bulunmaktadır. Birinci torbadan rastgele bir top çekilerek ikinciye atılıyor.

Daha sonra ikinci torbadan rastgele seçilen bir topun mavi renkte olma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{21}{40}$ E) $\frac{23}{40}$

7. 10 kişinin bulunduğu bir gruptan 6 kişilik bir takım oluşturulacaktır.

Oluşturulan bu takımda Mehmet isimli öğrencinin bulunma olasılığı nedir?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{10}$ E) $\frac{3}{5}$

8. **Bir para 3 kez atılıyor. Sadece 2 sinin tura gelme olasılığı nedir?**

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

İTÜ YAYINLARI

9. Bir sınıfta x erkek, 2x kız bulunmaktadır.

Sınıftan art arda seçilen 3 kişiden birincisinin erkek diğer ikisinin kız olma olasılığı $\frac{15}{91}$ olduğuna göre, x kaçtır?

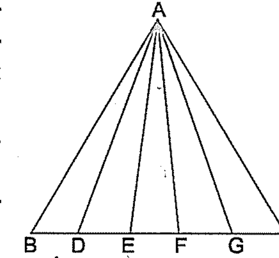
A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

10. $(x+y)^n$

açılımında baştan 3. terimin katsayısı 36 olduğuna göre n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

11. **Yandaki şekil üzerinde işaretli noktalarda üçgen olacak şekilde seçilen 3 noktadan sadece 2 sinin BC üzerinde olma olasılığı nedir?**



A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{5}{14}$ E) 1

12. **A olayının olmama olasılığı $P(\overline{A})$ olmak üzere, $P(\overline{A})=\frac{2}{9}$ olduğuna göre, P(A) aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{3}{9}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

13. Bir madeni para 3 kez atılıyor.

Üçünün de tura gelme olasılığı nedir?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$

14. $(a^2+2b^3)^n$

açılımında a^6b^6 lı terimin katsayısı kaçtır?

A) 10 B) 30 C) 35 D) 40 E) 50

15. **Bir torbada bulunan 6 armut, 4 elmadan rasgele çekilen 2 meyveden sadece birinin elma olma olasılığı nedir?**

A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{11}{15}$ D) $\frac{12}{15}$ E) $\frac{13}{15}$

16. **6 evli çift arasından rastgele seçilen 4 kişinin karı koca olma olasılığı nedir?**

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{33}$ E) $\frac{1}{99}$

1. A	2. E	3. B	4. B	5. C	6. E
7. E	8. B	9. B	10. E	11. E	12. D
13. C	14. D	15. B	16. D		

İTÜ YAYINLARI

TEST 2

1. $(ax - 2ay)^6$ ifadesinin açılımında katsayılar toplamı 64 olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 2 C) 0 D) –2 E) –4

2. $(2x - 2y^2)^m$ ifadesinin açılımında $-A \cdot x^3 \cdot y^6$ terimi bulunduğuna göre, A aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1280 B) –640 C) 320 D) 640 E) 1280

3. $(3x-1)^6 \cdot (x-2)^4$

işlemi yapıldığında oluşacak polinomun katsayıları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 64 B) 32 C) –16 D) –32 E) –64

4. $\left(2x^2 - \frac{1}{16x}\right)^{10} = ax^{20} + bx^{17} + \ldots$

açılımında b sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –560 B) –320 C) –200 D) –160 E) –80

5. $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^7$ ifadesinin açılımında x li terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 35 B) 21 C) 7 D) –21 E) –35

6. $\left(\frac{1}{2x} + \frac{x}{3}\right)^{11}$ ifadesinin açılımında x^5 li terimin katsayısı a, x^3 lü terimin katsayısı b dir.

Buna göre, $\frac{b}{a}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 3 D) $\frac{10}{3}$ E) 4

7. $(2+x)^{10} = 2^{10} + \ldots + 63 \cdot M \cdot x^5 + \ldots$

eşitliğinde M sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 128 B) 145 C) 160 D) 192 E) 216

8. $(\sqrt[7]{3}+1)^8$ ifadesinin açılımında rasyonel sayıların toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 16 C) 25 D) 32 E) 40

9. $(2x - 3y)^{18}$ ifadesinin açılımında baştan 10. terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^9 \cdot 3^9 \cdot C(18,9)$ B) $2^{10} \cdot 3^8 \cdot C(18,10)$

C) $2^8 \cdot 3^{10} \cdot C(18,10)$ D) $-2^9 \cdot 3^9 \cdot C(18,9)$

E) $-2^9 \cdot 3^{10} \cdot C(18,10)$

10. $(x - 2y^2)^n$ ifadesinin açılımında x^5y^4 lü bir terim bulunduğuna göre, bu terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –84 B) –42 C) 42 D) 84 E) 168

11. $\left(\frac{2x}{y} - \frac{y}{x}\right)^6$ ifadesinin açılımında x ve y bulunmayan terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) –180 B) –160 C) 120 D) 140 E) 160

12. $(-x^2 + 3y)^n$ ifadesinin açılımındaki terimlerden biri kx^6y^3 olduğuna göre, n + k toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –556 B) –546 C) –534

D) –516 E) –502

13. Bir torbaya 1 den 15 e kadar numaralandırılmış 15 tane kart konuyor.

Torbadan rastgele çekilen bir kartın üzerindeki sayının 3 ün veya 4 ün katı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{11}{15}$

14. Bir torbada 5 beyaz, 3 mavi top vardır.

Torbadan rastgele bir top alındığında bu topun beyaz olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

15. Bir torbada 4 kırmızı, 3 yeşil, 5 beyaz top vardır. Torbadan çekilenler tekrar konmak koşuluyla art arda 3 top çekiliyor.

Buna göre, 3 topun da farklı renkte olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5}{144}$ B) $\frac{5}{48}$ C) $\frac{5}{24}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{6}$

16. Bir torbada 4 mavi, 6 yeşil, 8 siyah bilye vardır.

Torbadan rastgele çekilen bir bilyenin mavi veya siyah olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

17. Bir kutuda bulunan 5 beyaz, 4 siyah toptan rastgele 3 top çekiliyor.

Buna göre, çekilen toplardan birinin beyaz, ikisinin siyah olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{5}{14}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{1}{2}$

18. **Bir çift zar atıldığında üst yüze gelen sayıların toplamının 10 olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{6}$

19. **Hilesiz iki zar aynı anda atıldığında üst yüze gelen sayıların 2 ve 5 olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{6}$

20. **Hilesiz bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 2 den büyük olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

21. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

kümesinden rastgele seçilen bir sayının asal sayı olma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{9}$

22. **12 kişilik bir sınıftan rastgele seçilen 2 kişinin ikisinin de erkek olma olasılığı $\frac{14}{33}$ olduğuna göre, bu sınıfta kaç tane erkek vardır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

23. **$(2x^2 - x)^7$ ifadesinin açılımında x^{10} lu terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 150 B) 200 C) 240 D) 280 E) 320

24. $\left(x^2 - \frac{y^3}{2}\right)^5$ **ifadesinin açılımında baştan 3. terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{5}{2}$

1. C	2. E	3. A	4. B	5. B	6. C
7. A	8. C	9. D	10. D	11. B	12. C
13. D	14. D	15. C	16. D	17. C	18. C
19. B	20. D	21. B	22. C	23. D	24. E

İTÜ YAYINLARI

TEST 3

1. $\left(x^3 + \frac{2}{x}\right)^8$

ifadesinin açılımında sabit terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) 9.28 B) 211 C) 2^6.28 D) 27 E) 26

2. $(x - 6 + 3y)^6$

ifadesinin açılımındaki terimlerin katsayıları toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –64 B) –32 C) 16 D) 32 E) 64

3. $\left(y^2 - \frac{1}{y}\right)^5$

ifadesinin açılımında y^4 lü terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –10 B) –5 C) –2 D) 5 E) 10

4. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^{10}$

ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında baştan 7. terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\binom{10}{4}x^{-2}$ B) $\binom{10}{4}x^{-3}$ C) $\binom{10}{3}x^{-3}$ D) $\binom{10}{4}x^{-4}$ E) $\binom{10}{3}x^{-4}$

5. $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^8$

ifadesinin açılımında ortadaki terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) $16\binom{8}{4}x^4$ B) $16\binom{8}{4}x^3$ C) $16\binom{8}{4}x^2$ D) $8\binom{8}{4}x^3$ E) $8\binom{8}{4}x^2$

6. $(3a - b^2)^6$

ifadesinin açılımı yapıldığında baştan 5. terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 150 B) 135 C) 120 D) 108 E) 90

7. $\left(x^3 - \frac{2}{y^2}\right)^n$

ifadesinin açılımındaki terimlerden biri k. $\frac{x^6}{y^4}$ olduğuna göre, k aşağıdakilerden hangisidir?

A) 24 B) 12 C) 8 D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{8}{9}$

8. $(x^3 - 3)^9$

ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 6. terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) $27\binom{9}{3}x^{15}$ B) $81\binom{9}{3}x^{15}$ C) $9\binom{9}{4}x^{15}$ D) $27\binom{9}{4}x^{15}$ E) $81\binom{9}{4}x^{15}$

9. $\left(\dfrac{x^2}{y^3}+\dfrac{y}{x}\right)^6$

ifadesinin açılımında x^3y^{-6} lı terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 10 C) 15 D) 20 E) 30

10. $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{3})^{24}$

ifadesinin açılımında kaç terim rasyoneldir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11. $(a^2-2b^3)^6 = a^{12}+\ldots+ka^4b^{12}+\ldots$

eşitliğinde k sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 30 B) 80 C) 100 D) 120 E) 240

12. $(2x^3+3x^{-1})^n$

ifadesinin açılımı x in azalan kuvvetlerine göre yapıldığında baştan 10. terim sabit terim olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

13. $\left(\dfrac{2}{\sqrt{y}}-x^2\right)^n$

ifadesinin açılımındaki terimlerden biri $k.x^6.y^{-2}$ olduğuna göre, k aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-16\dbinom{6}{3}$ B) $-8\dbinom{6}{3}$ C) $16\dbinom{6}{3}$

D) $-16\dbinom{7}{4}$ E) $16\dbinom{7}{4}$

14. $\left(\dfrac{a}{x}-y\right)^6$

ifadesinin açılımında katsayılar toplamı 729 olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15. $\left(\dfrac{x^8+a}{x^3}\right)^5$

açılımı x in azalan kuvvetlerine göre açıldığında sondan 2. terim $5x^{-7}$ olduğuna göre, a nın pozitif değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. $(x-y+2z)^8$

ifadesinin açılımında $x^2y^4z^2$ li terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1720 B) 1680 C) 1540

D) 1440 E) 1320

1. C	2. E	3. E	4. D	5. C	6. B
7. A	8. E	9. D	10. C	11. E	12. C
13. D	14. C	15. A	16. B		

TEST 4

1. İki zar atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamının 9 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{4}$

2. Dört madeni para atılıyor.

Paraların dördününde aynı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{8}$

3. A torbasında 5 kırmızı, 3 mavi B torbasında 4 kırmızı, 4 beyaz C torbasında 3 kırmızı, 2 siyah top vardır.

Rasgele bir torbadan alınan bir topun kırmızı renkli olduğu bilindiğine göre, B torbasından alınmış olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{23}$ B) $\frac{7}{23}$ C) $\frac{20}{69}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{20}{23}$

4. Bir hedefi Ece'nin vurma olasılığı $\frac{3}{4}$, Ozan'ın vurma olasılığı $\frac{1}{4}$'dür.

İkiside birer atış yaptığında hedefin yalnız biri tarafından vurulma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

5. Bir kutuda 3 tane 20 voltluk, 4 tane 40 voltluk, 5 tane 60 voltluk ampuller vardır.

Torbadan rasgele alınan üç ampulün üçünün de farklı voltta olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{6}{11}$ E) $\frac{9}{11}$

6. Bir mağazadaki 8 mavi gömlekten 3 ü, 6 yeşil gömlekten 4 ü defoludur.

Bu mağazadan rasgele alınan bir gömleğin mavi veya defolu olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{9}{14}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{11}{14}$ E) $\frac{6}{7}$

7. İçlerinde Pınar ve Ersin'in de bulunduğu 6 erkek ve 8 kız öğrenci arasından 3 ü erkek, 3 ü kız olmak üzere 6 kişilik bir grup oluşturuluyor.

Buna göre, Pınar ve Ersin'in birlikte bu grupta olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{3}{8}$

8. **A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,**

$P(A') = \frac{1}{3}$

$P(B) = \frac{5}{9}$

$P(A' \cup B') = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{13}{18}$ E) $\frac{5}{6}$

9. İçlerinde Metin ve Çetin'in de bulunduğu 6 kişilik bir grup düz bir sırada oturacaklardır.

Metin ve Çetin'in sıranın iki ucunda oturuyor olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

10. Bir torbada 4 beyaz, 6 kırmızı ve 5 mavi top vardır.

Torbadan çekilen bir topun beyaz veya mavi olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{11}{15}$ E) $\frac{4}{5}$

11. A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı, B torbasında ise 4 beyaz, a tane kırmızı bilye vardır. A torbasından bir bilye çekilip, B ye atılıyor ve daha sonra B den bir bilye alınıyor.

B den alınan bilyenin beyaz olma olasılığı $\frac{31}{70}$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. Anne, baba ve 6 çocuktan oluşan 8 kişilik bir aile yuvarlak masa etrafına oturacaklardır.

Anne, baba ve en büyük çocuğun yan yana <u>oturmama</u> olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{6}{7}$

13. A kutusunda 6 beyaz, 2 mavi, B kutusunda 4 beyaz 3 mavi bilye vardır. Her iki kutudan da birer bilye alınıyor.

Alınan bilyelerin ikisinin de farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{13}{28}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{25}{28}$ E) $\frac{13}{14}$

14. **3 ile 420 arasından seçilen bir sayının 4 ile bölünüp, 5 ile bölünememe olasılığı kaçtır?**
(3 ve 420 dahil)

A) $\frac{63}{418}$ B) $\frac{36}{209}$ C) $\frac{38}{209}$ D) $\frac{83}{418}$ E) $\frac{42}{209}$

15. Bir zar atılıyor.

Zarın 5 den küçük gelme olasılığı kaçtır?

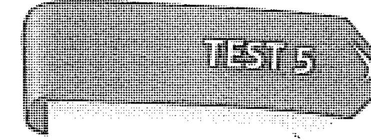
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

16. 5 kişilik bir grupta herkesin üstünde ismi yazılı bir kalem vardır. Bu kalemler bir kutuya konuluyor. Bu beş kişi sırayla kutuya konulan kalemlerden rasgele birer tane alıyorlar.

Yalnızca ilk ikisinin kendi kalemlerini alma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{60}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{5}$

1. A	2. B	3. C	4. E	5. C	6. E
7. B	8. D	9. B	10. B	11. C	12. E
13. A	14. E	15. D	16. A		



1. İki zar atılıyor.

Zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamının <u>en çok</u> 5 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{12}$

2. Bir madeni para art arda dört kez atılıyor.

Paranın <u>en az</u> iki kez yazı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{11}{16}$

3. Mavi, sarı ve kırmızı renklere boyanmış üç zar bir torbaya konuluyor. Torbadan bir zar çekilip havaya atılıyor.

Çekilen zarın mavi ve üst yüze gelen sayının 4 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

4. Bir koşuya katılan üç atletin yarışı kazanma olasılıkları birincinin 2a, ikincinin $\frac{a}{2}$ ve üçüncünün $\frac{a}{3}$ dür.

Buna göre, üçüncü atletin yarışı kazanma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{17}$ B) $\frac{3}{17}$ C) $\frac{6}{17}$ D) $\frac{8}{17}$ E) $\frac{12}{17}$

5. Bir zar ile iki madeni para birlikte atılıyor.

Zarın asal ve paraların aynı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. Bir torbada 6 mavi 4 yeşil bilye vardır. Torbadan geri konulmamak şartıyla dört bilye çekiliyor.

Çekilen bilyelerden birinci ve üçüncünün mavi, ikinci ve dördüncünün yeşil olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{3}{14}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

7. Bir kutuda 3 kırmızı, 4 mavi ve 2 mor kalem vardır. Alınan kalem geri konulmamak koşuluyla rasgele iki kalem alınıyor.

Alınan kalemlerden yalnız birinin mavi olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{8}{9}$

8. **A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,**

$P(B \setminus A) = \frac{1}{8}$

$P(A') = \frac{2}{3}$

olduğuna göre, $P(A \cup B)'$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{11}{24}$ E) $\frac{13}{24}$

9. 6 çift çorabın bulunduğu bir torbadan iki tane çorap seçiliyor.

Seçilen bu iki çorabın eş olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{}{11}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{6}{11}$

10. Hileli madeni bir parada tura gelme olasılığı, yazı gelme olasılığının 4 katıdır.

Bu para art arda iki kez atıldığında en az bir defa yazı gelme olasılığı kaçtır?

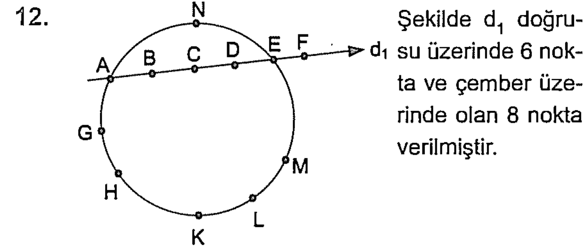
A) $\frac{9}{25}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{12}{25}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{16}{25}$

11. Bir sınıftaki 32 öğrenciden 22 si Fizik, 16 sı Kimya dersinden, 8 i hem Fizik hem de Kimya dersinden geçmiştir.

Bu sınıftan rasgele seçilen bir öğrencinin kimyadan kaldığı bilindiğine göre, Fizik'ten de kalmış olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

12.



Şekilde d_1 doğrusu üzerinde 6 nokta ve çember üzerinde olan 8 nokta verilmiştir.

Bu noktalarla oluşturulabilecek üçgenlerin yalnız bir köşesinin çemberin üzerinde olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{6}{25}$ B) $\frac{11}{50}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{9}{50}$ E) $\frac{4}{25}$

13. "CİMCİME" **kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek oluşturulan 7 harfli anlamlı ya da anlamsız kelimelerden seçilen bir tanesinin İM hecesi ile başlıyor olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{21}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{2}{21}$ E) $\frac{1}{21}$

14. Bir grupta 4 esmer, 3 sarışın ve 5 kumral öğrenci vardır.

Bu gruptan seçilen üç öğrencinin en az ikisinin esmer olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{13}{55}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{16}{55}$ E) $\frac{4}{11}$

15. $(a + b)^5$

ifadesinin açılımından rasgele seçilen iki terimin katsayıları çarpımının 30 dan büyük olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

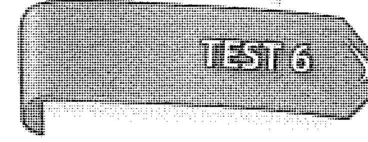
16. Bir kutuda aynı büyüklükte 2n tane mavi, 2n + 2 tane kırmızı, 2n + 4 tane sarı renkte toplar vardır. Bu kutudan üç top alınıyor.

Alınan topların renklerinin farklı olma olasılığı $\frac{4}{17}$ olduğuna göre, n nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

1. C	2. E	3. A	4. A	5. C	6. A
7. C	8. E	9. A	10. A	11. B	12. D
13. D	14. B	15. D	16. C		

İTÜ YAYINLARI



1. **İki madeni para havaya atıldığında üst yüze farklı yüzlerin gelme olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

2. 5 madeni para aynı anda havaya atılıyor.

Buna göre, en az birinin tura gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{31}{32}$

3. **Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayıların asal olma ihtimali kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

4. Hileli bir madeni parada, tura gelme olasılığının 3 katı, yazı gelme olasılığının 4 katına eşittir.

Buna göre, madeni para havaya atıldığında yazı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{4}{7}$

5. 4 madeni para aynı anda havaya atılıyor.

Buna göre, 2 yazı 2 tura gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{5}{16}$

6. **Bir çift zar havaya atıldığında üst yüze gelen sayıların toplamının 9 dan büyük olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{5}{36}$

7. Bir kutuda 3 mavi, 4 kırmızı, 5 sarı kart vardır.

Buna göre, kutudan seçilen 3 kartın her birinin farklı renkte olma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{60}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{3}{22}$ E) $\frac{3}{220}$

8. **Bir madeni para arka arkaya üç defa havaya atıldığında üçünün de aynı gelme olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

İTÜ YAYINLARI

9. **Bir çift zar atma deneyinde zarlardan herhangi birinin 3 geldiği bilindiğine göre, diğerinin çift olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{6}{11}$ B) $\frac{5}{11}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{11}{36}$

10. Bir zar ve bir madeni para havaya atılıyor.

Buna göre, paranın yazı veya zarın tek gelme olasılığı kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

11. İki torbadan, birincisinde 6 sarı 4 lacivert, ikincisinde 4 sarı 6 lacivert bilye vardır.

Buna göre, torbalardan herhangi birinden rastgele çekilen bir bilyenin sarı olduğu bilindiğine göre, ikinci torbadan olma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{10}$

12. Bir torbada 5 mavi, 4 beyaz top vardır. Bu torbadan geri bırakılmamak şartıyla arka arkaya iki top çekiliyor.

Buna göre, çekilen topların ikisinin de beyaz olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{4}{27}$ D) $\frac{20}{81}$ E) $\frac{4}{9}$

13. A = { 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin alt kümelerinden biri seçiliyor.

Buna göre, seçilen kümede 2 ve 3 elemanlarının birlikte bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{7}{32}$ E) $\frac{9}{32}$

14. A torbasında 5 sarı, 4 kırmızı, B torbasında 3 sarı, 6 kırmızı bilye vardır. A torbasından rastgele bir bilye çekilip B torbasına konuyor. Daha sonra B torbasından bir bilye alınıyor.

Buna göre, alınan bu bilyenin sarı olma olasılığı nedir?

A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{4}{45}$ D) $\frac{16}{45}$ E) $\frac{37}{90}$

15. **İki avcı, ava çıkıyorlar. Birinci avcının bir tavşanı vurma olasılığı $\frac{1}{3}$, ikinci avcının aynı tavşanı vurma olasılığı $\frac{1}{4}$ olduğuna göre, her iki avcının da birer atışı sonunda tavşanın vurulmama olasılığı nedir?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{12}$

16. Ahmet'in üniversiteyi kazanma olasılığı $\frac{2}{5}$, Ayşe'nin ise $\frac{1}{3}$ tür.

İkisinin girdiği sınavın sonuçları açıklandığında, sadece Ayşe'nin üniversiteyi kazanma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{4}{15}$

1. B	2. E	3. A	4. D	5. B	6. B
7. C	8. C	9. A	10. E	11. D	12. A
13. B	14. D	15. C	16. B		

TEST 7

1. $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^9$

ifadesinin açılımındaki sabit terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 84

2. $(7x + 2y)^{k-1}$

ifadesinin açılımındaki terimlerin katsayıları toplamı 81 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\left(x^2+\frac{k}{x^2}\right)^7$

açılımındaki baştan 5. teriminin katsayısı 560 olduğuna göre, k aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\left(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt{x}\right)^8 = \ldots + k\,x^5 + \ldots$

olduğuna göre, k aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 120 B) 136 C) 144 D) 196 E) 252

5. $(x + 2y - z)^6$

açılımında x^3y^2z li terimin katsayısı kaçtır?

A) –240 B) –120 C) –60 D) –30 E) –10

6. $\left(2x-\frac{3}{x}\right)^n$

açılımında 5 tane terim bulunduğuna göre, sabit terim kaçtır?

A) 216 B) 240 C) 320 D) 480 E) 960

7. $(a-2\sqrt{a})^5$

ifadesinin açılımında baştan 3. terim aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-40a^3$ B) $-20a^4$ C) $10a^4$ D) $20a^3$ E) $40a^4$

8. $(27+\sqrt[3]{9})^6$

ifadesinin açılımında rasyonel terimlerinin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 25.3^{33} B) 20.3^{33} C) 3^{32} D) 10.3^{31} E) 15.3^{30}

9. $(x^2 - 3y)^6$

ifadesinin açılımında x^6y^3 lü terimin katsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –540 B) –270 C) –90 D) 270 E) 540

10. İki zar ve bir madeni para birlikte havaya atılıyor.

Zarların üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 4 ten küçük ve paranın tura gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{2}{15}$

11. Bir meyve kasasındaki 10 portakaldan 3 ü çürüktür.

Art arda çekilen 3 portakalın da sağlam olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{5}{24}$ B) $\frac{7}{24}$ C) $\frac{13}{24}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

12. Üç para havaya atılıyor.

Paralardan en az birinin tura gelmesi olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{7}{8}$

13. 3 Matematik öğretmeni ile 5 Türkçe öğretmeninin bulunduğu bir komisyonda 5 kişilik bir zümre toplantısı yapılacaktır.

Toplantıda en az 3 Türkçe öğretmeninin bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{45}{46}$ B) $\frac{28}{45}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{23}{28}$ E) $\frac{1}{2}$

14. 6 sarışın, 4 kumral öğrenci arasından rasgele iki öğrenci seçiliyor.

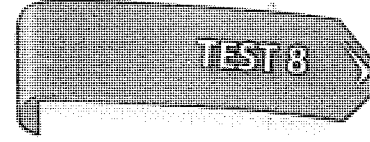
Seçilen iki öğrencinin de sarışın olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

15. **8 lik tabanda yazılan üç basamaklı $(xyz)_8$ sayısında, x yerine çift sayı gelme olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{3}{7}$

1. E	2. C	3. B	4. E	5. A	6. A
7. E	8. B	9. A	10. D	11. B	12. E
13. D	14. C	15. E			



1. Bir madeni para art arda 3 kez havaya atılıyor.

Buna göre, yalnız bir kez yazı gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{3}{4}$

2. Hilesiz bir çift zar havaya atılıyor.

Üst yüze gelen sayıların ikisinin de çift sayı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

3. **A ve B, E örnek uzayının alt kümeleri ve P olasılık fonksiyonu olmak üzere,**

$P(A) = \frac{1}{6}$

$P(A' \cup B') = \frac{8}{9}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, P(B) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

4. Bir torbada 6 mavi, 4 kırmızı top vardır. Rasgele 5 top çekiliyor.

En az ikisinin mavi olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{1}{21}$ C) $\frac{31}{42}$ D) $\frac{41}{42}$ E) $\frac{19}{21}$

5. Sol cebinde 3 tane 25 kuruş, 2 tane 1 TL ve sağ cebinde 1 tane 25 kuruş 3 tane 1 TL olan bir adam sol cebinden bir para alarak kaç lira olduğuna bakmadan sağ cebine atıyor.

Sağ cebinden de bir para alarak sol cebine attığında ilk durumun korunması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{6}{25}$ B) $\frac{8}{25}$ C) $\frac{14}{25}$ D) $\frac{21}{25}$ E) $\frac{22}{25}$

6. **$E = \{e_1, e_2, e_3\}$ olayları bağımsız olaylar olmak üzere,**

$P(e_1) = \frac{1}{3}$

$P(e_2) = \frac{2}{5}$

olduğuna göre, $P(e_3)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{11}{15}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{15}$

7. Bir torbadaki mavi top sayısı kırmızı top sayısından 3 fazla, yeşil top sayısı ise mavi top sayısından 3 fazladır.

Bu torbadan rasgele 2 top çekildiğinde ikisinin de kırmızı gelme olasılığının ikisinin de mavi gelme olasılığına oranı $\frac{5}{12}$ olduğuna göre, torbadaki toplam top sayısı kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 27 D) 30 E) 36

8. M = {1, 2, 3, 4}

kümesinin tüm alt kümeleri yazılarak bir torbaya atılıyor.

Torbadan rasgele seçilen bir kümenin içinde 3 elemanının olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

9. Bir sınıftaki öğrencilerin % 55 i erkektir. Kızların % 80 i Matematik dersinde başarılıdır.

Buna göre, sınıftan rasgele seçilen bir öğrencinin Matematikte başarılı bir kız öğrenci olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{9}{100}$ C) $\frac{11}{100}$ D) $\frac{27}{80}$ E) $\frac{9}{25}$

10. Bir torbada 5 beyaz, 3 kırmızı, 2 mavi bilye vardır. Çekilen bilye geri koyulmamak koşulu ile torbadan art arda 3 bilye çekiliyor.

Çekilen bilyelerin ikisinin beyaz, birinin kırmızı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{10}$

11. Hileli bir madeni para atışında, 2 yazıya karşılık 4 tura gelmektedir.

Buna göre, bu madeni para üst üste iki kez atıldığında ikisinin de tura gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

12. Bir torbada 2 beyaz, 4 sarı, 5 kırmızı top vardır.

Buna göre, torbadan rasgele çekilen iki bilyenin ikisinin de kırmızı olmama olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6}{55}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{9}{11}$ D) $\frac{16}{55}$ E) $\frac{4}{11}$

13. Hilesiz bir zar art arda iki kez atılıyor.

Buna göre, birinci atışta gelen sayının ikinci atışta gelen sayıdan küçük olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

14. 20 kişilik bir sınıfta 8 kişi matematik dersinden dönem ödevi almış, 10 kişi ise fizikten dönem ödevi almıştır.

Herkesin sadece bir ödev aldığı sınıftan seçilen bir kişinin matematikten ya da fizikten dönem ödevi alma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{9}{10}$ E) $\frac{17}{20}$

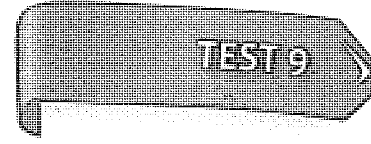
15. 6 kişi yuvarlak bir masa etrafında oturacaklardır.

Buna göre, belirli üç kişinin yan yana oturma olasılığı nedir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

1. B	2. D	3. C	4. D	5. C	6. C
7. C	8. D	9. E	10. A	11. D	12. C
13. B	14. D	15. C			

İTÜ YAYINLARI



1. Kız ve erkek öğrencilerden oluşan 9 kişilik bir gruptan rasgele seçilen 2 öğrenciden, ikisinin de erkek olma olasılığı $\frac{5}{18}$ dir.

Buna göre, grupta kaç kız öğrenci vardır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

2. Bir kutuda 3 kırmızı, 4 beyaz, 7 yeşil mendil vardır.

Rasgele alınan bir mendilin beyaz ya da kırmızı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{14}$ C) $\frac{9}{14}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{1}{14}$

3. Beyaz bir kutuda 4 sağlam, 3 bozuk kalem; siyah bir kutuda 7 sağlam, 2 bozuk kalem vardır. Rasgele kutulardan birinden çekilen kalemin bozuk çıktığı görülüyor.

Bu kalemin beyaz kutudan çekilme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{27}{41}$ D) $\frac{2}{21}$ E) $\frac{5}{21}$

4. İçinde kırmızı renkli topta olan 10 farklı renkte topun bulunduğu bir torbadan 7 top çekiliyor.

Çekilen topların içinde kırmızı top bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{1}{7}$

5. A torbasında 4 mavi, 5 yeşil, B torbasında 6 mavi, 2 yeşil top vardır. A torbasından çekilen bir top B torbasına atılıp, daha sonra B torbasından bir top çekiliyor.

Bu topun yeşil olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{8}{81}$ B) $\frac{15}{81}$ C) $\frac{19}{81}$ D) $\frac{23}{81}$ E) $\frac{28}{81}$

6. Alper arkadaşını aramak için telefon defterini açtığında telefon numarasının 3 basamağının silindiğini görüyor. Telefon numarası 34?78?? olarak geçiyor.

Telefon numarasında hiçbir rakam tekrarlanmadığına göre bir defada telefon numarasını doğru olarak çevirme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{120}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{1}{24}$ D) $\frac{1}{729}$ E) $\frac{1}{2}$

7. **$(x + y)^9$ ifadesinin açılımında rasgele seçilen bir terimin katsayısının 36 olma olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{9}$

8. 28 kişilik bir grupta 12 erkek, 16 kadın vardır. Erkeklerden 5'i, kadınlardan 7'si gözlüklüdür.

Bu gruptan seçilecek bir kişinin bayan veya gözlüksüz olması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{19}{28}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{23}{28}$ D) $\frac{25}{28}$ E) $\frac{27}{28}$

İTÜ YAYINLARI

9. Aralarında Gülşah ve Güler'inde bulunduğu 8 kişiden 5 kişi seçilerek bir ekip oluşturulacaktır.

Oluşturulacak ekipte Gülşah ve Güler'in birlikte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{5}{21}$ C) $\frac{5}{14}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{3}{5}$

10. Herhangi üçü doğrusal olmayan 6 nokta birleştirilerek çokgenler elde ediliyor.

Seçilen bir çokgenin üçgen olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{10}{21}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{8}{21}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{6}$

11. **Düzgün bir zarın 3 defa arka arkaya atılışında ilk ikisinin tek sayı, diğerinin 4 gelme olasılığı kaçtır?**

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{7}{24}$

12. 4 kız, 5 erkek öğrenci arasından 5 kişilik çalışma grubu oluşturuluyor.

Seçilen grupta 2 kız, 3 erkek öğrenci bulunma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{10}{21}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{11}{14}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{13}{24}$

13. {0, 1, 2, 3, 4, 6} kümesinin elemanları ile 3 basamaklı sayılar yazılıyor.

Bunların arasından seçilen bir sayının çift sayı olma olasılığı nedir?

A) $\frac{6}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{4}{5}$

14. Bir turizm acentesi Batman'a gitmek üzere 4 kişilik, başka bir turizm acentesi ise Aydın'a gitmek üzere 3 kişilik çekiliş düzenleyecektir. Batman çekilişine 6 ve Aydın çekilişine 4 kişi katılmıştır.

Bu çekilişlere adını yazdıran Harun'un iki çekilişte de isminin çıkması olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{1}{20}$

15. Bir kutuda 200 den 699 a kadar numaralandırılmış kartlar vardır.

Torbadan rasgele çekilen bir karttaki sayının 299 dan büyük, 450 den küçük bir sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{3}{10}$

16. Bir bilgi yarışmasına katılan Ali, Nazım ve Salih'in yarışmayı kazanma olasılıkları sırasıyla 3x, 2x, x tir.

Buna göre, Nazım'ın bu yarışmayı kazanma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

1. D	2. A	3. C	4. D	5. D	6. A
7. B	8. B	9. C	10. A	11. B	12. A
13. C	14. A	15. E	16. B		

TEST 10

1. Bir zarın iki yüzü kırmızı, dört yüzü sarı renktedir. Bu zar üç kez atılıyor.

Üç atışın sonunda zarın yalnız bir kez kırmızı yüzü üzerine düşmesi olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{2}{9}$

2. Eşit büyüklükteki 6 kağıt parçasının her biri farklı renkte boya ile boyanıyor. Sonra her bir kağıt iki eşit parçaya bölünerek bir torbaya atılıyor. Torbanın içinden rasgele iki parça kağıt alınıyor.

Alınan parçaların aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{22}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{11}$ E) $\frac{1}{22}$

3. 9 Fenerbahçeli, 6 Galatasaraylı taraftar arasından rasgele 4 kişi seçiliyor.

Seçilen 4 kişiden ikisinin Galatasaraylı, ikisinin Fenerbahçeli taraftar olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{36}{91}$ C) $\frac{45}{91}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{54}{91}$

4. Bir sınıfta 12 kız, 8 erkek öğrenci vardır. Kızların 8 i, erkeklerin 2 si sarışındır.

Sınıftan rasgele seçilen bir öğrencinin erkek öğrenci veya sarışın öğrenci olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{2}$

5. Hilesiz bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor.

Zarın 3 ya da 5, paranın ise yazı gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. 6 erkek ve 4 bayan arasından 3 kişilik bir grup oluşturuluyor.

Buna göre, bu grupta hiç bayan olmama olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

7. Bir torbada 3 beyaz, 4 kırmızı, 5 yeşil boncuk vardır.

Buna göre, torbadan rasgele alınan üç boncuğun üçünün de aynı renk olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{44}$ B) $\frac{1}{22}$ C) $\frac{3}{44}$ D) $\frac{1}{11}$ E) $\frac{5}{44}$

8. 5 öğrenci bir sıraya yan yana oturacaklardır.

Buna göre, belirli iki öğrencinin yan yana gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{10}$

9. İki torbadan birincisinde 3 kırmızı, 4 mavi, ikincisinde 4 kırmızı, 2 mavi bilye vardır.

Her iki torbadan da rasgele birer bilye çekildiğinde, bu bilyelerin farklı renkte olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{25}{42}$ B) $\frac{11}{21}$ C) $\frac{17}{42}$ D) $\frac{8}{21}$ E) $\frac{15}{42}$

10. Bir kutuda 2 sarı, 3 kırmızı, 6 yeşil kalem vardır. Alınan kalem geri koyulmamak koşuluyla art arda 3 kalem çekiliyor.

Kalemlerin ilk ikisinin yeşil, sonuncusunun kırmızı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{5}{11}$

11. Hilesiz bir zar ve bir madeni para atılıyor.

Zarın 4 ten büyük veya paranın tura gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

12. **Bir madeni para art arda üç kez atıldığında sadece birinin tura gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{1}{2}$

13. İçinde 4 mavi, 3 kırmızı top bulunan bir torbadan rasgele bir top çekiliyor ve çekilen topun yerine torbaya 1 kırmızı top koyuluyor.

Bu durumda torbadan çekilen ikinci topun mavi olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{20}{49}$ B) $\frac{22}{49}$ C) $\frac{23}{49}$ D) $\frac{24}{49}$ E) $\frac{25}{49}$

14. 10 dan 20 ye kadar numaralandırılmış 11 tane kart bir torbaya koyuluyor. Çekilen kart torbaya koyulmamak koşuluyla art arda 2 kart çekiliyor.

Kartların üzerindeki sayıların toplamının çift sayı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{11}$ B) $\frac{5}{11}$ C) $\frac{6}{11}$ D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{8}{11}$

İTÜ YAYINLARI

15. Bir grupta 5 mühendis, 8 öğretmen ve 3 doktor vardır.

Bu gruptan rasgele seçilen 4 kişiden 2 sinin öğretmen, 2 sinin de doktor olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{11}{65}$ B) $\frac{9}{65}$ C) $\frac{7}{65}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{3}{65}$

16. Hilesiz bir zar art arda iki kez atılıyor.

Buna göre, zarın üst yüzüne gelen sayının birinci atışta 4 ten büyük, ikinci atışta 2 gelme olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{6}$

17. A = {a, b, c, d, e, f}

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinden seçilen bir kümede d ve f elemanlarının bulunmama olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

18. Bir torbada 5 mavi, 6 kırmızı bilye vardır.

Torbadan aynı anda 3 bilye çekildiğinde bu bilyelerin ikisinin kırmızı birinin mavi olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{11}$ B) $\frac{13}{33}$ C) $\frac{9}{22}$ D) $\frac{5}{11}$ E) $\frac{1}{2}$

19. Bir sınıftaki öğrencilerin 16 sı müzik, 19 u resim, 5 i de hem müzik hem resim koluna kayıtlıdır.

Sınıftan rasgele seçilen bir öğrencinin her iki kolda da olmama olasılığı $\frac{4}{19}$ olduğuna göre, sınıf mevcudu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

20. Bir kutuda bulunan 7 beyaz, 3 yeşil toptan rasgele 3 tanesi çekiliyor.

Buna göre, topların ikisinin aynı birinin farklı renkte olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{7}{10}$

İTÜ YAYINLARI

21. Bir torbada bulunan 3 yeşil, 4 mavi ve 5 sarı toptan rasgele 3 tanesi çekiliyor.

Buna göre, topların en çok ikisinin aynı renk olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{15}{22}$ B) $\frac{9}{11}$ C) $\frac{19}{22}$ D) $\frac{10}{11}$ E) $\frac{41}{44}$

22. $(x-3)^6$ ifadesinin açılımındaki terimlerden rasgele biri seçiliyor.

Buna göre, seçilen terimin katsayısının 54 ün katı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

23. Bir torbada 2 kırmızı, 4 sarı ve 5 beyaz bilye vardır. Çekilen bilye geri atılmamak şartıyla torbadan art arda iki bilye çekiliyor.

Buna göre, birinci bilyenin beyaz olma, ikinci bilyenin beyaz olmama olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{30}{121}$ B) $\frac{6}{23}$ C) $\frac{3}{11}$ D) $\frac{5}{23}$ E) $\frac{2}{11}$

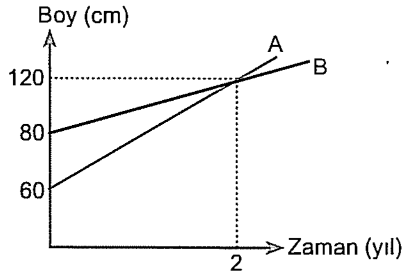
24. **21234123 sayısının rakamları kullanılarak yazılan sekiz basamaklı sayılardan rasgele biri seçildiğinde, seçilen sayının birler basamağındaki rakamın 2 olma olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

1. D	2. D	3. B	4. C	5. A	6. D
7. C	8. A	9. B	10. A	11. D	12. C
13. D	14. B	15. E	16. B	17. C	18. D
19. D	20. E	21. E	22. B	23. C	24. C

TEST 11

1.



Yukarıdaki grafik, A ve B ağaçlarının boylarının zamana bağlı olarak değişimini göstermektedir.

Ağaçlar dikildikten kaç yıl sonra A ağacının boyu, B ağacının boyundan 40 cm uzun olur?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

2.

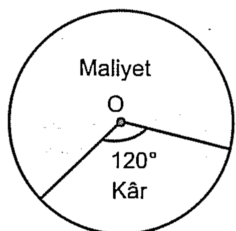
A			
x	B		
65	y	C	
150	125	z	D

Şekilde satır ve sütünların kesişimi ile verilen iki kent arasındaki yolun km cinsinden uzunluğu gösterilmiştir.

A, B, C, D kentleri aynı yol üzerinde ve verilen sırada olduğuna göre $\frac{x}{z}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{17}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{4}$

3.

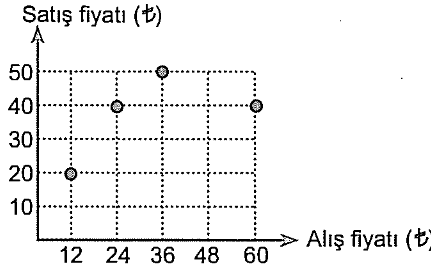


Şekildeki O merkezli dairesel grafikte bir malın maliyet ve kâr dağılımı verilmiştir.

Buna göre, 360 ₺ ye satılan bu malın maliyeti kaç ₺ dir?

A) 440 B) 430 C) 420 D) 410 E) 400

4. Aşağıdaki grafikte beş farklı üründen dördünün alış ve satış fiyatları verilmiştir.



Bu beş malın alım satımından kâr ya da zarar edilmediğine göre, alış fiyatı 48 ₺ olan dördüncü ürünün satış fiyatı kaç ₺ dir?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

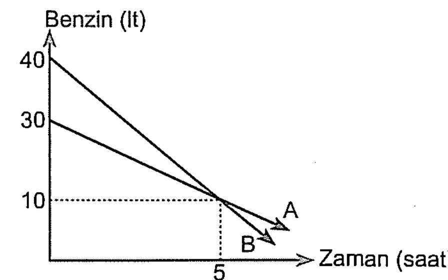
5. Aşağıdaki tabloda, herhangi bir karışımı oluşturan A, B, C maddelerinin kg ve % olarak karışımındaki miktarlar verilmiştir.

	A	B	C
Karışımdaki Miktar (kg)		24	
Karışımdaki Miktar (%)	30		30

Tabloya göre karışımı oluşturan A, B, C maddelerinden C maddesinin kg olarak karışımdaki miktarı kaçtır?

A) 32 B) 28 C) 24 D) 20 E) 18

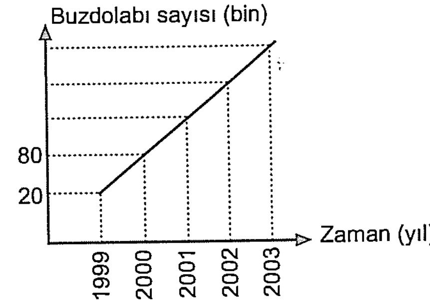
6. Şekildeki grafik A ve B araçlarının depolarındaki benzin miktarının zamana bağlı olarak değişimini göstermektedir.



Buna göre, B aracının deposundaki benzin yarıya indiğinde A aracının deposunda kaç lt benzin kalır?

A) $\frac{38}{3}$ B) $\frac{40}{3}$ C) 17 D) 13 E) $\frac{50}{3}$

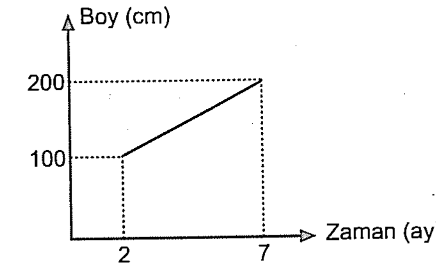
7. Aşağıdaki grafik bir fabrikanın 1999 - 2003 yılları arasında ürettiği buzdolabı sayılarını göstermektedir.



Buna göre fabrika 2002 yılında kaç buzdolabı üretmiştir?

A) 30 bin B) 40 bin C) 50 bin D) 60 bin E) 70 bin

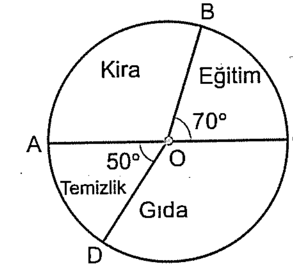
8. Aşağıdaki grafik, bir ağacın boyunun zamana bağlı değişimini göstermektedir.



Buna göre bu ağacın boyu kaçıncı ayda 340 cm olur?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

9.

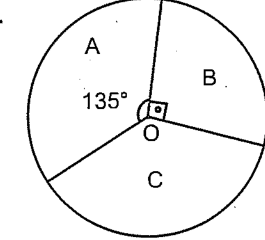


Yandaki dairesel grafik bir ailenin gıda, kira, eğitim ve temizlik harcamalarını göstermektedir.

Bu ailenin kira gideri 440 lira ve A, O, C noktaları doğrusal olduğuna göre, gıda gideri kaç liradır?

A) 580 B) 560 C) 520 D) 500 E) 480

10.

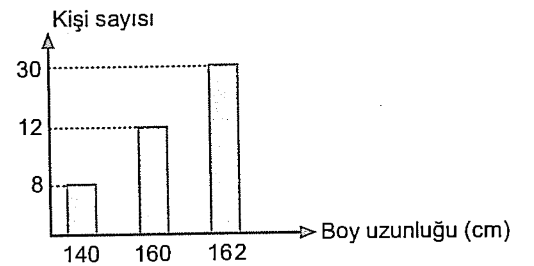


Yandaki dairesel grafik bir karışımı oluşturan A, B ve C maddelerinin miktarlarının dağılımını göstermektedir.

Bu karışımda 36 gr C maddesi bulunduğuna göre, B maddesinin miktarı kaç gramdır?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 34

11.

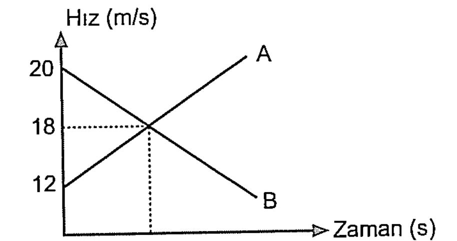


Yukarıdaki sütun grafikte bir sınıftaki öğrencilerin boylarının uzunluğu gösterilmektedir.

Buna göre bu sınıftaki öğrencilerin boy ortalaması kaç cm'dir?

A) 158 B) 157 C) 156 D) 155 E) 154

12.



Yukarıdaki grafikte, düzgün hızlanan A aracı ve düzgün yavaşlayan B aracına ait hız-zaman grafiği verilmiştir.

Buna göre, B hareketlisi durduğu anda A hareketlisinin hızı saniyede kaç metre olur?

A) 96 B) 92 C) 80 D) 76 E) 72

1. C	2. A	3. C	4. C	5. E	6. E
7. D	8. D	9. C	10. B	11. A	12. E

ETKİNLİK CEVAPLARI

ETKİNLİK - 4

$(a + 2b)^6$ açılımında ortanca terim $160\,a^3.b^3$ tür.

Doğru / Yanlış

4 tane madeni 1 TL aynı anda atılıyor. Üç tanesinin yazı gelme olasılığı $\frac{1}{4}$ tür.

$\left(x + \frac{2}{x^3}\right)$ açılımında sabit terim 102 dir.

Doğru / Yanlış

Bir çift zar atılıyor. Üst yüze gelen sayılar toplamı 8 ise çarpımlarının tek sayı olma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir.

Bir torbada 14 tane kırmızı 6 tane mavi top vardır. Çekilen top kırmızı ise torbaya geri atılıyor, mavi ise çekilen top ile birlikte 4 kırmızı top daha torbaya atılıyor. Ard arda iki top çekildiğinde 2. topun mavi olma olasılığı $\frac{57}{200}$ tür.

Bir zarın bir yüzü yeşil, dört yüzü mavi ve bir yüzü de beyazdır. Ard arda 3 kez atıldığında her seferinde üst yüze farklı renklerin gelme olasılığı $\frac{1}{3}$ tür.

4 çocuklu aileler arasında seçilen bir ailenin 2 çocuğunun kız diğer ikisinin erkek olma olasılığı $\frac{3}{8}$ dir.

Doğru / Yanlış

1. çıkış: 100
2. çıkış: 65
3. çıkış: 35
4. çıkış: 65
5. çıkış: 0
6. çıkış: 35
7. çıkış: 65
8. çıkış: 35